1. 2022학년도 수학 임용시험 '교과교육론' 문항별 / 영역별 출제개념

A형		
번호	문형 / 배점	평가내용
1	기입형 / 2점	2015 개정 수학과 교육과정
5	서술형 / 4점	크라벤담의 그래프 지도, 수학적 모델링
6	서술형 / 4점	대수(문자 사용 범위), 프로이덴탈의 역사발생적 원리

B형		
번호	문형 / 배점	평가내용
1	기입형 / 2점	수리철학
3	서술형 / 4점	교수학적 변환론(지식의 파손성), 2015 개정 수학과 교육과정
4	서술형 / 4점	확률개념 지도, 폴리아의 문제해결
5	서술형 / 4점	극단적 교수 현상, 스켐프의 이해

2. 수학교과교육론 교원임용시험 합격 전략

수학 교원임용시험을 준비하는 수험생에게 당부하고자 하는 것은 다음의 5가지다.

첫 번째 당부는 **기본개념 익히기.**

아무리 강조해도 지나치지 않다.

두 번째 당부는 **기본개념을 바탕으로 한 문제풀이 알고리즘 익히기.**

기본적인 개념만 안다고 해서 즉석에서 임용시험과 유사한 난이도의 문제를 풀 수 있는 사람은 드물다. 2015 개정 수학과 교육과정의 필수 내용을 이해하고 암기했다면 상황에 적용해보고 글까지 써보는 것, 심리학자들의 중요 이론을 이해하고 암기했다면, 주어진 상황에 맞추어 분석해보고 문제가 원하는 답까지 완성해보는 것 등이 필요합니다.

세 번째 당부는 **기출문제를 철저히 분석하기.**

해마다 기출문제에서 많은 문제들이 반복해서 출제되고 있다. 따라서 기출문제는 어떠한 형태로 응용되더라도 자신 있게 풀 수 있도록 폭넓고 깊이 있게 분석하여야 한다.

네 번째 당부는 **틈틈히 글 써보기.**

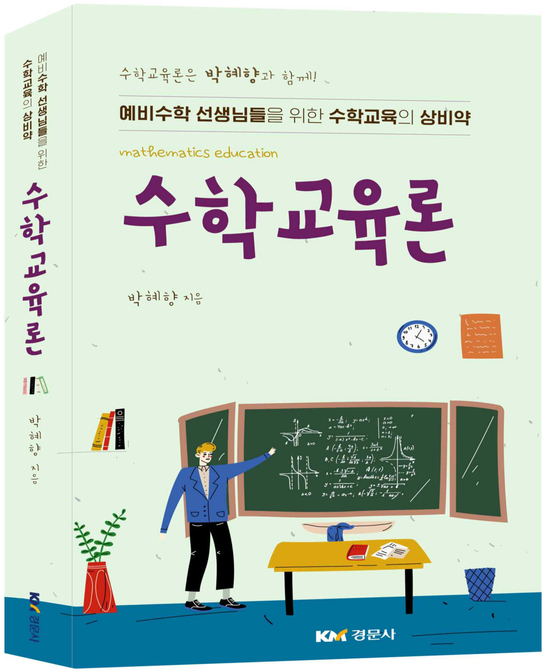
수식에 익숙해져있는 예비수학교사들의 공통된 질문 "글쓰기가 너무 어려워요. 어떻게 하면 잘 쓸 수 있을까요?"입니다. 글은 하루아침에 쓸 수 있는 게 아닙니다. 매일매일 조금이라도 1-2줄 써보는 연습이 필요합니다.

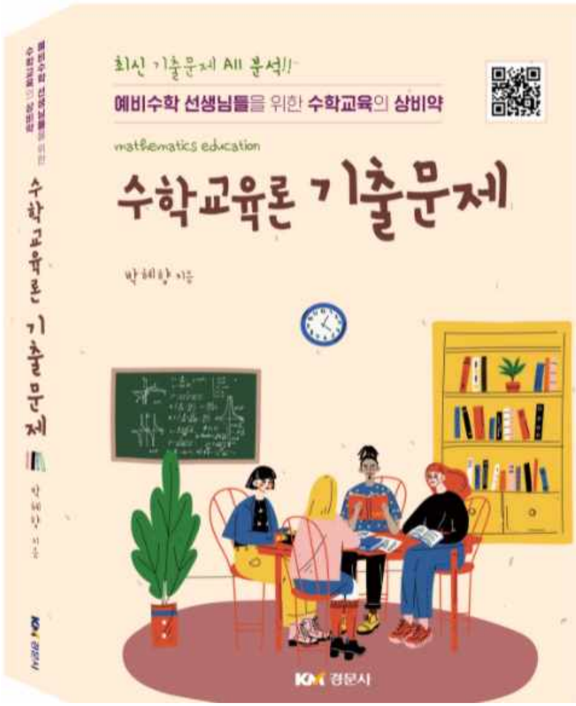
다섯 번째 당부는 **실제시간에 맞추어 모의시험에 응시하고 첨삭을 받고 해보는 경험하기.**

어떤 종류의 모의고사든, 꼭 참석해서 스스로 글을 써보고 채점을 받아보고 그러면서 자신의 부족한 부분과 채워야하는 부분을 꾸준히 점검받아야 합니다.

마지막으로 자신을 믿고 "**난 잘 하고 있어!**"라는 응원의 메시지!

3. 수학교과교육론 교원임용시험 추천 참고 도서





4. 2022학년도 수학내용학 기출문제 해설 및 관련문제 분석

2 교시 전공A

1. 2015 개정 수학과 교육과정

다음은 학기 초에 평가 계획을 세우는 수학 교사들의 대화이다. 괄호 안의 ㉠에 공통으로 해당하는 수학 교과 역량과 괄호 안의 ㉡에 공통으로 해당하는 평가 방법을 2015 개정 수학과 교육과정(교육부 고시 제2020-236호)에 제시된 용어로 쓰시오. [2점]

김 교사 : 2015 개정 수학과 교육과정에서는 수학의 개념, 원리, 법칙, 기능뿐만 아니라 수학 교과 역량을 균형 있게 평가한다는 평가 원칙을 제시하고 있습니다. 수학 교과 역량을 포함하여 평가 계획을 세워 봅시다.
이 교사 : 수학 교과 역량에 따라 평가 방법을 달리 해야 할 것 같습니다.
김 교사 : 그렇죠. 2015 개정 수학과 교육과정에 제시된 내용의 일부를 참고해 봅시다.

> (㉠) : 수학의 가치를 인식하고 자주적 수학 학습 태도와 민주 시민 의식을 갖추어 실천하는 능력
> (㉡) : 학생 스스로 자신의 이해와 수행을 평가하는 방법으로, 문제 해결과 추론 과정의 반성이나 자신의 생각 표현 등을 평가할 때 활용할 수 있다.

이 교사 : (㉠)을/를 평가할 때 (㉡)을/를 활용하면 좋겠습니다.

【모범답안】 태도 및 실천, 자기평가

[채점 기준표]

채점요소	점수	Point!
태도 및 실천	1점	단어는 정확히 기재해야 함
자기평가	1점	

5. 크라벤담의 그래프 지도, 수학적 모델링

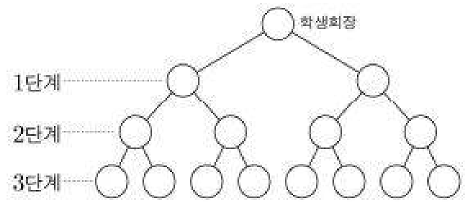
다음은 ○○고등학교의 학생회가 주최하는 행사의 포스터를 보는 두 교사가 나눈 대화이다.

> 이웃 사랑 챌린지
>
> 학생 여러분, 우리 학교의 한 학생이 난치병에 걸렸는데 치료를 위해서는 30,000,000원이 필요하다고 합니다.
> 학생회에서는 치료비 마련을 돕기 위해 이웃 사랑 챌린지를 계획하였습니다. 챌린지는 참가자가 줄넘기 300회 미션을 수행한 후 두 명을 지목하면, 지목받은 참가자들이 미션을 수행하고 각자 또 두 명을 지목하는 방식으로 진행됩니다.
> 난치병 협회의 후원을 받아 참가자 한 명당 기부금 10,000원이 적립됩니다. 학생회장이 첫 참가자로서 챌린지를 시작할 예정입니다. 교내외에 많이 홍보해 주세요.

윤 교사 : 학생들이 자발적으로 좋은 일을 하고 있네요. 선생님들도 동참해야겠어요.
강 교사 : 네, 학생들이 정말 대견하네요. 저는 이 행사를 홍보하고 추진하는 데 도움을 주고자 수학 수업에서 이 내용을 다뤄 보고자 해요.
윤 교사 : 어떻게요?
강 교사 : ㉠크라벤담(H. Krabbendam)의 그래프에 대한 질적접근 관점에서 이웃 사랑 챌린지가 진행되는 상황을 다루는 수업을 해볼까 합니다.
윤 교사 : 그 후에 ㉡그래프를 좀 더 정확하게 표현하는 정교화 활동을 하면 어떨까요?
강 교사 : 네, 수업에 반영해 보겠습니다.

윤 교사 : 저도 이웃 사랑 챌린지를 수업에서 다뤄 봐야겠어요. 학생들이 기획한 이

웃 사랑 챌린지를 실세계 현상으로 하여 30,000,000원을 모으려면 최소 몇 단계까지 미션을 수행해야 하는지 알아보게 하는 거죠. 물론 학생들이 계획한 대로 이상적으로 진행된다고 가정해서요.



그러면 학생들이 수학적 모델을 만들고 분석해서 수학적 결과를 생성한 후 현상에 맞게 결론을 도출하게 될 거예요.

강 교사 : 학생들이 수학적 모델링도 경험할 수 있는 좋은 아이디어 같아요.

밑줄 친 ㉠에 포함해야 할 활동을 서술하고, 밑줄 친 ㉡의 예를 1가지 제시하시오. 또한, 윤 교사의 수업에서, 이웃 사랑 챌린지가 이상적으로 진행된다고 가정할 때 학생들이 실세계 현상으로부터 만들어야 할 수학적 모델과 도출해야 하는 결론을 각각 쓰시오. [4점]

【모범답안】

밑줄 친 ㉠에 포함해야 할 활동으로 이웃 사랑 챌린지가 진행됨에 따라 참여자의 수가 어떻게 변하는지 개략적인 형태의 그래프를 그려보고 이를 해석해보는 활동이 가능하며, ㉡에서 수열 $a_1=2$, $a_2=2^2$, $a_3=2^3$, $\cdots$, $a_n=2^n$ (n은 자연수)를 좌표평면 위에 점 (n, a_n)으로 찍어 그래프를 좀 더 정확하게 표현한 결과로 정교한 그래프를 제시할 수 있다.

또한 이웃 사랑 챌린지 행사에서 기부금 30,000,000만원을 모으는 상황에 대한 수학적 모델은 첫째항 a_1과 공비 r인 등비급수 $S_n=\dfrac{a_1(r^n-1)}{r-1}$ $(r>1)$이며, 등비급수 $\dfrac{2(2^n-1)}{2-1}\geq 3000$ $(a_1=2,\ r=2)$를 해결한 결과, 최소 11단계까지 미션을 수행해야 한다는 결론을 도출하게 된다.

[채점 기준표]

채점요소	점수	Point!
개략적인 형태의 그래프 그리고 해석하기	1점	밑줄 친 ㉠에 포함해야 할 활동을 서술
좌표평면 위에 정확한 값을 이용하여 그래프 그리기	1점	밑줄 친 ㉡의 예를 1가지 제시
등비급수 $S_n=\dfrac{a_1(r^n-1)}{r-1}$ $(r>1)$	1점	수학적 모델 제시
최소 11단계까지 미션을 수행	1점	수학적 모델링 적용한 결론

6. 대수(문자 사용 범위), 프로이덴탈의 역사발생적 원리

다음은 수학사의 활용에 대해 논의하고 있는 교사들의 대화이다.

박 교사 : 수학사를 수업에서 활용하는 방법에는 어떤 것이 있을까요? 각자의 경험을 함께 얘기해 봅시다.

최 교사 : 저는 수학자들의 이야기를 해 주면서 학생들의 흥미를 유발한 적이 있습니다. "우리는 언제부터 문자를 사용해서 방정식을 나타내고 풀게 되었을까?"라고 질문하면서, 아주 옛날에는 문제의 풀이를 일상 언어만으로 기술했지만 약 3세기 디오판토스(Diophantus) 이후 미지수를 문자로 표현하였고, 16세기 프랑스의 수학자 비에트(F. Viète) 이후 ㉠방정식에서 문자의 사용 범위가 확대되었다는 이야기를 해 주었습니다.

김 교사 : 저는 학생들에게 피타고라스 정리가 성립함을 설명하는 방법이 많다고 얘기해 주면서, 인도의 수학자 바스카라(A. Bhaskara)가 제시한 그림에서 피타고라스 정리가 왜 성립하는지 알아보는 활동을 하게 한 적이 있어요. 수학사를 소재로 학생들이 피타고라스 정리를 탐구할 수 있었죠.

박 교사 : 수학사를 수업에 활용하는 또 다른 방법이 있을까요?

최 교사 :	교육과정 내용을 재구성할 때도 수학사를 참고할 수 있어요. ㉡수학을 발생된 것으로 파악하고 학습자가 학습 과정에서 수학의 발생을 경험하게 하는 원리에 따라서요. 퇴플리츠(O. Toeplitz)의 『미분적분학』에서 이 원리를 반영하고 있죠.
김 교사 :	㉢퇴플리츠와 방식은 다르지만 프로이덴탈(H. Freudenthal)도 수학사를 교육적으로 활용해야 한다고 했어요.
박 교사 :	선생님들과 이야기하다 보니 수학사를 수업에 활용하는 방법을 더 연구해야겠다는 생각이 드네요.

방정식의 일반해를 나타낼 수 있게 되었다는 점에서 밑줄 친 ㉠의 확대된 문자의 사용 범위를 구체적으로 쓰시오. 또한, 밑줄 친 ㉡이 뜻하는 용어가 무엇인지 쓰고, 밑줄 친 ㉢에서 '수학사를 교육적으로 활용'한다는 것의 의미를 설명하시오. [4점]

【모범답안】 방정식의 미지수뿐 아니라 계수까지도 문자로 정하여 문자의 사용 범위를 확대하였는데, 예를 들어 일차방정식의 계수를 문자 $a(a \neq 0)$, b로 정하여 $ax-b=0$에 대한 일반해를 $x=\frac{b}{a}$라고 나타낼 수 있게 되었다. 또한 밑줄 친 ㉡이 뜻하는 용어는 '역사발생적 원리'이고, ㉢에서 '수학사를 교육적으로 활용'해야 한다는 것의 의미는 학생이 역사적 발생 과정을 그대로 답습하는 것이 아니라 그들의 현실적 상황에 맞게 수정된 방식으로 재발명하도록 활용한다는 의미이다.

[채점 기준표]

채점요소	점수	Point!
$ax-b=0(a \neq 0)$의 해 $x=\frac{b}{a}$	2점	문자가 방정식의 계수에도 쓰인 결과 일반해를 나타낼 수 있게 되었음을 구체적으로 설명
역사발생적 원리	1점	밑줄 친 ㉡이 뜻하는 용어를 정확히 기재
학생의 현실적 상황에 맞게 수정된 방식으로 재발명하도록 활용 언급	1점	밑줄 친 ㉢에서 '수학사를 교육적으로 활용'한다는 것의 의미 설명

3 교시 전공B

1. 수리철학

다음은 증명에 대한 두 절대주의 수리철학의 관점 (가)와 (나)를 제시한 것이다. (가)와 (나)에 해당하는 수리철학을 순서대로 쓰시오. [2점]

> (가) 어떤 수학적 대상이 존재함을 보장하기 위해서는 그 대상이 존재하지 않는다고 가정한 후 모순을 이끌어 내는 것만으로는 충분하지 않으며, 유한 번으로 구성될 수 있음을 밝혀야 한다. 배중률을 사용한 존재성 증명은 받아들일 수 없다.
>
> (나) 수학은 엄밀한 방법으로 모순이 없고 완전한 공리 체계로 구성되어야 한다. 기호가 의미하는 것은 중요하지 않기 때문에 점, 선, 면 대신 연필, 의자, 책상이라는 용어를 사용하여도 무방하다. 증명은 정해진 규칙에 따라 의미 없는 기호를 다루는 일종의 기호 조작이다.

【모범답안】 직관주의, 형식주의

[채점 기준표]

채점요소	점수	Point!
직관주의	1점	단어는 정확히 기재해야 함
형식주의	1점	

3. 교수학적 변환론(지식의 파손성), 2015 개정 수학과 교육과정

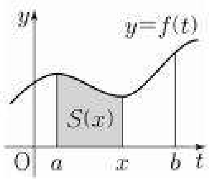
다음은 2015 개정 수학과 교육과정(교육부 고시 제 2020-236호)의 선택 과목 <수학 Ⅱ> '정적분' 수업에 대한 두 교사의 대화이다.

임 교사 : 정적분 수업을 준비하면서 고등학교에서 다루는 수학 개념은 대학에서 공부했던 수학 개념과는 차이가 있다는 것을 느꼈습니다. 예를 들어 정적분을 정의하는 방식이 그렇습니다. 정적분은 리만적분의 개념을 고등학생들의 학습 수준을 고려하여 의도적으로 변형한 것으로 보입니다.

정 교사 : 맞습니다. 그래서 수학을 가르칠 때는 ㉠지식의 파손성에 유의할 필요가 있습니다. 고등학교에서 정적분을 닫힌구간 $[a, b]$에서 연속인 함수로 한정하여 정의하더라도, 학생들이 불연속 함수에 대해서는 정적분을 아예 정의할 수 없다고 생각하지 않도록 주의할 필요가 있습니다. 실제로 ㉡<수학 Ⅱ>의 함수의 극한과 연속 영역에서 다룰 수 있는 함수 중에도 닫힌구간 $[a, b]$서 불연속이지만 리만적분 가능한 함수 $f(x)$의 예는 많으니까요.

임 교사 : 그런데 이전 교육과정에 비해 정적분의 정의 방식이 달라졌습니다. 그래서 저는 달라진 방식에 따라 정적분의 정의를 제시한 뒤, 몇 가지 예를 통해 정적분의 값을 구해 보게 합니다. 선생님께서는 정적분 개념을 어떻게 지도하시나요?

정 교사 : 저는 먼저 미적분의 기본 정리의 아이디어를 이용하여 정적분이 넓이 측정과 관련되어 있다는 것을 다음과 같이 설명합니다.

> 함수 $f(t)$가 닫힌 구간 $[a, b]$에서 연속이고 $f(t) \geq 0$이라 하자.
> 곡선 $y=f(x)$와 t축 및 두 직선 $t=a$, $t=x(a \leq x \leq b)$로 둘러싸인 영역의 넓이를 $S(x)$라 하자.
> $t \to x$일 때 $\dfrac{S(t)-S(x)}{t-x} \to f(x)$이므로 $S'(x)=f(x)$이다.
> $f(t)$의 한 부정적분을 $F(t)$라 하면 다음을 얻는다.
>
> 
>
>
> $S(x)=F(x)+C$ (단, C는 상수)
> …(중략) …
> $S(b)=($ ㉢ $)$
>
> 이로부터 (㉢)을/를 $f(t)$의 a에서 b까지의 정적분이라 정의합니다.

임 교사 : 선생님과 제 수업 모두 ㉣2015 개정 수학과 교육과정의 <수학 Ⅱ> 적분 영역에 제시된 교수・학습 방법 및 유의 사항을 반영했습니다. 그 결과 정적분의 도입 및 설명 방식은 다르지만, 정적분의 정의는 같네요.

밑줄 친 ㉠의 의미를 쉐발라드(Y. Chevallard)의 교수학적 변환론의 관점에서 서술하고, 밑줄 친 ㉡을 1가지 쓰시오. 또한, 괄호 안의 ㉢에 공통으로 해당하는 내용을 쓰고, 두 교사의 정적분 도입 및 설명 방식이 다른 이유를 밑줄 친 ㉣의 내용을 근거로 설명하시오. [4점]

【모범답안】 지식의 파손성이란 교수학적 변환 과정에서 지식이 개인화/문맥화, 탈개인화/탈문맥화를 거듭하면서 초기의 표현 형식과 의미를 고스란히 간직하기가 점점 어려워지고 그 의미가 깨지기 쉬운 특성을 가진다는 의미이다. ㉡의 예는 $f(x)=\begin{cases}1, 0 \leq x < 1 \\ 2, 1 \leq x \leq 2\end{cases}$인 함수이다.

또한 ㉢에 공통으로 해당하는 내용은 '$F(b)-F(a)$'이며, 교육과정의 유의 사항에 따라 임 교사와 정 교사 모두 급수의 합을 이용한 정적분 정의는 다루지 않으며, $f(x)$의 부정적분 $F(x)$에 대하여 $F(b)-F(a)$를 $f(x)$의 a에서 b까지의 정적분이라 정의하되, 임 교사는 몇 가지 예를 통해 정적분의 값을 구해보고 있으며, 정 교사는 정적분을 넓이 측정과 관련하여 설명하는 등 그 도입 및 설명 방법을 다양하게 할 수 있다고 명시되어 있는 부분을 반영하였기 때문이다.

[채점 기준표]

채점요소	점수	Point!
지식의 파손성 의미 서술	1점	쉐발라드(Y. Chevallard)의 교수학적 변환론의 관점에서 서술
계단함수와 같은 예를 구체적으로 1가지 제시	1점	<수학Ⅱ>의 함수의 극한과 연속 영역에서 다룰 수 있는 함수 중에도 닫힌구간 $[a, b]$서 불연속이지만 리만적분 가능한 함수 $f(x)$의 예 제시
'$F(b)-F(a)$' 제시	1점	괄호 안의 ㉢에 공통으로 해당하는 내용
'그 도입 및 설명 방법을 다양하게 할 수 있다' 반영 언급	1점	두 교사의 정적분 도입 및 설명 방식이 다른 이유를 유의 사항을 근거로 설명

4. 확률개념 지도, 폴리아의 문제해결

다음은 '확률'에 대한 중학교 수업의 일부이다.

교　사 : 우리가 공부한 확률의 뜻을 이용해서 문제를 풀어보세요.

> 확률의 뜻 어떤 실험이나 관찰에서 각각의 경우가 일어날 가능성이 같다고 할 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수를 n, 어떤 사건 A가 일어나는 경우의 수를 a라고 하면 사건 A가 일어날 확률 p는
>
> $$p=\frac{a}{n}$$
>
> 문제 1이 적힌 카드와 2가 적힌 카드가 각각 2장씩 있다. 4장의 카드 중에서 2장의 카드를 동시에 뽑아 각 카드에 적힌 두 수를 곱했을 때 1이 나올 확률을 구하시오.

교　사 : <학생 A의 풀이>를 같이 볼까요?

> <학생 A의 풀이>
> 카드에 적힌 수 1, 2를 서로 곱해서 나올 수 있는 값을 1, 2, 4로 모두 3가지이다. 일어날 수 있는 모든 경우의 수는 3이므로, 확률은 1/3이다.

교　사 : <학생 A의 풀이>에 대하여 의견 있나요?

학생 B : 저는 다르게 풀었습니다. 일어날 수 있는 모든 경우의 수가 6이므로, 답은 1/6입니다.

학생 A : 학생 B의 의견을 들어보니, 문제를 풀 때 ㉠ 확률의 뜻에서 제가 확인하지 않은 부분이 있네요.

…(중략) …

교　사 : 이번에는 컴퓨터 프로그램을 이용해서 [문제]를 다시 살펴봅시다. 카드 2장을 뽑는 횟수를 입력하면 $\dfrac{(\text{두 수의 곱이 1이 되는 횟수})}{(\text{카드 2장을 뽑는 횟수})}$의 값이 나오는 모의 실험 프로그램을 작성해 두었습니다. 여러분은 카드 2장을 뽑는 횟수만 입력하면 됩니다.

학생 B : 선생님, 10을 입력하니까 0.2, 30을 입력하니까 0.3, 50을 입력하니까 0.24 나왔어요. 1/6과는 차이가 큰 것 같아요.

학생 A : 저는 10을 입력하니까 0.4, 20을 입력하니까 0.4, 30을 입력하니까 0.2가 나왔어요. 저도 1/6과 차이가 큰 것 같아요.

교　사 : 그럼 이렇게 해보세요. (㉡)

학생 B : 선생님 말씀대로 했더니 1/6에 점점 가까워지는 값이 나오네요.

밑줄 친 ㉠의 '확인하지 않은 부분'이 무엇인지 쓰고, 학생 A가 ㉠과 같이 말한 이유를 <학생 A의 풀이>를 이용하여 설명하시오. 또한, 괄호 안의 ㉡에 들어갈 교사의 발문 1가지를 쓰고, 컴퓨터 프로그램을 이용하여 문제를 다시 살펴본 의의를 폴리아(G. Polya)의 문제해결 과정 중 반성 단계의 측면에서 서술하시오.

【모범답안】

밑줄 친 ㉠의 '확인하지 않은 부분'은 '각각의 경우가 일어날 가능성이 같다고 할 때'이며, 1이 적힌 카드와 2가 적힌 카드가 각각 2장씩 있으므로 4장의 카드 중에서 2장의 카드를 동시에 뽑으면 $(1_{(1)}, 1_{(2)})$, $(1_{(1)}, 2_{(1)})$, $(1_{(1)}, 2_{(2)})$, $(2_{(1)}, 1_{(1)})$, $(2_{(1)}, 1_{(2)})$, $(2_{(1)}, 2_{(2)})$ 즉, 6가지가 일어날 가능성이 같기 때문이다. ㉡에 들어갈 교사의 발문으로는 "카드 2장을 뽑는 횟수로 충분히 큰 수를 입력해보세요"이며, 반성단계에서 컴퓨터 모의실험 프로그램을 이용하여 2장의 카드를 동시에 뽑는다는 상황을 직접 경험함으로써 자신이 문제를 바르게 이해하고 풀이를 하였는지 스스로의 문제해결 과정을 점검할 수 있다는 의의를 갖는다.

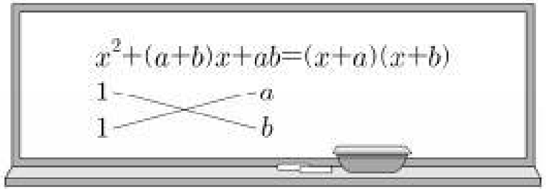
[채점 기준표]

채점요소	점수	Point!
각각의 경우가 일어날 가능성이 같다고 할 때	1점	밑줄 친 ㉠의 '확인하지 않은 부분' 쓰기
일어날 경우가 6가지인 이유 설명	1점	학생 A가 ㉠과 같이 말한 이유를 <학생 A의 풀이>를 이용하여 설명
횟수를 늘린다는 발문 확인	1점	괄호 안의 ㉡에 들어갈 교사의 발문 1가지 쓰기
자신의 문제해결 과정 점검 언급	1점	컴퓨터 프로그램을 이용하여 [문제]를 다시 살펴본 의의를 폴리아(G. Polya)의 문제해결 과정 중 반성 단계의 측면에서 서술

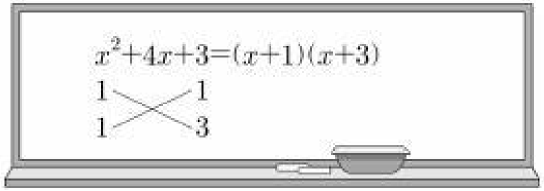
5. 극단적 교수 현상, 스켐프의 이해

다음은 '이차식의 인수분해'에 대한 중학교 수업의 일부이다.

교 사 : 이차식 $x^2+(a+b)x+ab$를 인수분해하는 방법을 알아보겠습니다. 이런 유형의 이차식은 다음과 같은 방법으로 인수분해하면 됩니다.



예를 들어 x^2+4x+3은 다음과 같이 인수분해할 수 있습니다.



$x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$를 공책에 쓰고 암기하세요. 이 방법을 사용해서 인수분해할 수 있는 문제 20개를 준비했습니다. 활동지 문제를 풀면서 방법을 연습해 봅시다.

<활동지>

다음 이차식을 인수분해하시오.

(1) $x^2+4x-5=$

(2) $x^2+4x+4=$

학 생 A : 다 풀었어? 우리끼리 답 맞춰 보자.

학 생 B : (1)번은 답이 뭐야?

학 생 A : $(x+5)(x-1)$이야.

학 생 B : 나랑 똑같네. 왜 그렇게 인수분해가 되는지 설명할 수 있어?

학 생 A : 그건 몰라. 그런데 오늘 배운 방법을 외우고 있으면 $x^2+(a+b)x+ab$꼴의 이차식의 인수분해는 전부 다 할 수 있어. (2)번 답도 맞춰 보자.

학 생 B : (2)번은 $(x+2)^2$이야. $x^2+2ax+a^2=(x+a)^2$을 이용하면 돼. 그런데 ab가 a^2이 될 수는 없으니까 오늘 배운 방법은 이용할 수 없을 것 같아.

위에 제시된 교사의 수업에서 나타날 수 있는 극단적인 교수 현상을 의미하는 브루소(G. Brousseau)의 용어를 쓰고, 그 판단 근거를 수업 내용과 관련지어 설명하시오. 또한, $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$에 대한 학생 A의 이해 상태를 의미하는 스켐프(R. Skemp)의 용어를 쓰고, 밑줄 친 부분에서 학생 B가 가지고 있을 것으로 예상되는 문자에 대한 오개념 1가지를 제시하시오. [4점]

【모범답안】

교사의 수업에서 보이는 극단적인 교수 현상은 '형식적 고착'이며, 이차식 $x^2+(a+b)x+ab$와 같은 유형에 대한 인수분해 방법과 그 결과인 $x^2+(a+b)x+ab=(x+a)(x+b)$를 공책에 쓰고 암기하며, 이 방법을 사용해서 인수분해할 수 있는 문제 20개를 연습시키고 있기 때문이다. 학생 A는 '도구적 이해'를 하고 있으며, 밑줄 친 부분에서 학생 B는 문자가 다르면 각각의 문자가 지칭하는 수도 달라야 한다는 오개념을 가지고 있을 것으로 예상된다.

[채점 기준표]

채점요소	점수	Point!
형식적 고착과 판단 근거 설명	1점	극단적인 교수 현상을 의미하는 브루소(G. Brousseau)의 용어
	1점	수업 내용과 관련지어 판단근거 설명
도구적 이해	1점	학생 A의 이해 상태, 스켐프(R. Skemp)의 용어
문자가 다르면 각각이 지칭하는 수가 다름	1점	학생 B가 가지고 있을 것으로 예상되는 문자에 대한 오개념 1가지