윌비스임용

최단기합격을 위한 2025대비

교원임용대비 전략설명회

김현용 전공수학 가이드북

- 목 차 -

2025학년도 수학 임용설명회

1. 중등교원임용시험 연간일정표(2024학년도 임용기준)

<table>
<tr><td>시험사전예고</td><td colspan="2">2023년 8월 9일(수)</td></tr>
<tr><td>시행계획공고</td><td colspan="2">2023년 10월 4(수)</td></tr>
<tr><td>시험원서접수</td><td colspan="2">2023년 10월 16일(월) 09시 ~ 2023년 10월 20일(금) 18시
(각 시도교육청 온라인 원서접수 사이트)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">제 1 차 시험</td><td rowspan="3">2023년 11월 25일(토)</td><td>1교시 교육학 (60분) : 9시 ~ 10시
(논술형 1문항)</td></tr>
<tr><td>2교시 전공A (90분) : 10시 40분 ~ 12시10분
(단답형 4문항, 서술형8문항)</td></tr>
<tr><td>3교시 전공B (90분) : 12시50분 ~ 14시20분
(서술형 2문항, 논술형9문항)</td></tr>
<tr><td>제 1 차 시험 합격자발표 및 제 2 차 시험장소공고</td><td>2023년 12월 28일(목) 10시
(예정)</td><td>각 시도 교육청 홈페이지 참고</td></tr>
<tr><td rowspan="2">제 2 차 시험</td><td>2024년 1월 23일(화)</td><td>교수 학습 지도안작성 수업실연
(1차시험 합격자전원)</td></tr>
<tr><td>2024년 1월 24일(수)</td><td>교직적성 심층면접(1차시험합격자 전원)</td></tr>
<tr><td>최종합격자 발표</td><td>2024년 2월 8일(목) 10시
(예정)</td><td>각 시도 교육청 홈페이지 참고</td></tr>
</table>

※ 요약정리

❶ 한국사능력검정(3급)

인정 범위 : 제67회 한국사능력검정시험까지 취득한 3급 이상 인증서
(단, 제67회 한국사능력검정시험에 한해 '원서접수 확인증'을 인증서 제출로 갈음함)
※ 제67회 한국사능력검정시험 합격자 발표일 : 2023. 11. 3. (금)
- 참고 (중등)교사임용후보자선정경쟁시험시행계획공고(안) -

➜ ❷ 공립중등학교교사임용후보자 선정경쟁시험사전예고 : 2023. 8. 9.(수)

➜ ❸ 시험시행계획공고 : 2023. 10. 4.(수)

➜ ❹ 원서접수기간 : 2023. 10. 16.(월) ~ 10. 20.(금)

➜ ❺ 제 1 차 시험 : 2023. 11. 25.(토)

➜ ❻ 제 1 차 시험합격자발표 : 2023. 12. 28.(목)

➜ ❼ 제 2 차 시험 : 2024. 1. 23. 24(화, 수)

➜ ❽ 최종합격자발표 : 2024. 2. 8.(목)

[2024년 한국사능력검정 시험일정 (한국사편찬위원회 홈페이지참고)]

구분	원서 접수	추가 접수	시험 일시	합격자 발표
제69회	2024년1월16일(화)10:00 ~ 2024년1월23일(화)18:00	2024년1월30일(화)10:00 ~ 2024년2월2일(금)18:00	2024년2월17일(토)	2024년2월29일(목)
제70회	2024년4월23일(화)10:00 ~ 2024년4월30일(화)18:00	2024년5월7일(화)10:00 ~ 2024년5월10일(금)18:00	2024년5월25일(토)	2024년6월5일(수)
제71회	2024년7월9일(화)10:00 ~ 2024년7월16일(화)18:00	2024년7월23일(화)10:00 ~ 2024년7월26일(금)18:00	2024년8월10일(토)	2024년8월22일(목)
제72회	2024년9월3일(화)10:00 ~ 2024년9월10일(화)18:00	2024년10월1일(화)10:00 ~ 2024년10월4일(금)18:00	2024년10월20일(토)	2024년10월31일(목)

※2024년 제70회(5.25 토), 제72회(10.20 일) 시험은 심화만 시행

2. 전형방법, 배점, 2024학년도 1차 시험 관련내용

2-1 전형별 배점(1차 시험, 2차 시험)

전형 - 선발백분율	시험과목 (배점)	
1차 전형(100점) - 150%선발	교육학 (20점)	
	전공 (80점)	수학내용학 (56점)
		수학교육학 (24점)
2차 전형(100점) (1차시험점수+2차시험점수) - 100%선발	수업능력평가 (60점)	교수학습지도안작성 (15점)
		수업실연 (45점)
	교직적성 심층면접 (40점)	

2-2 1차 전형 과목별, 문형별 배점(현행)

시험과목 및 유형			문항수	배점
1교시(60분)	교육학	논술형	1문항	20점
휴　　식 (40분)				
2교시(90분)	전공 A	단답형	4문항	40점
		서술형	8문항	
휴　　식 (40분)				
3교시(90분)	전공 B	단답형	2문항	40점
		서술형	9문항	
합 계			24문항	100점

2-3 1차 전형 수학내용학의 세부 단원별 배점(2024학년도)

	단 원	문형별배점	배 점
해석학분야 (24점, 43%)	해석학	서술형(4점)×3문항	12점
	복소해석학	단답형(2점)×1, 서술형(4점)×1문항	6점
	일반통계학	기입형(2점)×1문항, 서술형(4점)×1문항	6점
대수학분야 (22점, 39%)	정수론	서술형(4점)×1문항	4점
	현대대수학	단답형(2점)×1문항, 서술형(4점)×2문항	10점
	선형대수학	서술형(4점)×1문항	4점
	이산수학	서술형(4점)×1문항	4점
위상기하분야 (10점, 18%)	위상수학	서술형(4점)×1문항	4점
	미분기하학	기입형(2점)×1문항, 서술형(4점)×1문항	6점

2-4 문항별 출제개념표(2024학년도)

A형			
번호	문형 / 배점	평가영역	평가내용
1	단답형 / 2점	수학교육학	오수벨의 유의미 수용학습
2	단답형 / 2점	복소해석학	선적분의 정의, 유수정리
3	단답형 / 2점	현대대수학(군론)	순환군의 생성원, 원소의 위수
4	단답형 / 2점	미분기하학(곡선)	곡선에 대한 접선, 임의 속력 곡선의 곡률
5	서술형 / 4점	수학교육학	형식 불역의 원리, 2022 개정 수학과 교육과정
6	서술형 / 4점	수학교육학	분석적 채점방식, 총체적 채점방식
7	서술형 / 4점	실해석학	이중적분, 극좌표변환, 미분계수
8	서술형 / 4점	선형대수학	고윳값과 고유벡터
9	서술형 / 4점	위상수학	컴팩트공간, 연결공간, 하이네 보렐 정리, 연속함수의 성질
10	서술형 / 4점	실해석학	무한급수의 수렴성, 부분적분법, 극한비교판정법, 라베판정법
11	서술형 / 4점	일반통계학	확률밀도함수, 누적분포함수
12	서술형 / 4점	현대대수학(체론)	갈루아 이론, 원분확대체, 실로의 정리

B형			
번호	문형 / 배점	평가영역	평가내용
1	단답형 / 2점	수학교육학	2022 개정 수학과 교육과정
2	단답형 / 2점	일반통계학	포아송분포, 표본분산의 계산
3	서술형 / 4점	수학교육학	브루소의 교수학적 상황론, 비너의 개념정의와 개념이미지
4	서술형 / 4점	수학교육학	입체도형의 부피 지도, 브루너의 학습이론
5	서술형 / 4점	수학교육학	수학적 모델링, 수학화
6	서술형 / 4점	현대대수학(환론)	상환의 표수, 위수, 다항식의 기약성
7	서술형 / 4점	미분기하학(곡면)	외각에 대한 가우스-보네 정리, 가우스곡률과 측지곡률의 계산
8	서술형 / 4점	이산수학	일반 생성함수와 일반항, 뉴튼의 이항정리
9	서술형 / 4점	정수론	원시근, 원소의 위수
10	서술형 / 4점	실해석학	적분과 균등수렴에 관한 정리, 비판정법, 와이어스트라스 M-판정법, 함수열의 균등수렴
11	서술형 / 4점	복소해석학	루빌 정리, 코쉬-리만의 정리

3. 2025학년도 대비 합격전략

수학 교원임용시험을 준비하는 수험생에게 당부하고자 하는 것은 다음의 5가지다.

① 기본개념 익히기

수학학습에서 가장 기본이 되는 것이 **정의와 정리(증명 포함)를 기억하고 이해**하는 것이다. 이것은 외국어 학습에서 단어와 숙어를 공부하는 이유와 비슷하다. 아무리 강조해도 지나치지 않다.

정리의 이해는 가정과 결론을 암기하고 단순히 문제해결에 적용하는 수준의 도구적 이해를 넘어서야 한다. 정리의 증명은 아주 긴 것을 제외하고는 이해를 바탕으로 기억해서 개념의 선후 관계를 파악하는 관계적 이해가 반드시 필요하다. 이것은 **기억, 동기부여, 새로운 내용에 더 잘 적용**하게 되는 등에 도움되고 알게 모르게 문제해결의 **결정적인 아이디어로 작용**한다.

● **예** ➜ 쉬운 예로 (1) 평균값정리의 가정에서 폐구간에서 연속(증명이 기억에 도움이 되는 예), (2) 미적분학의 기본정리(Ⅰ), 미적분학의 기본정리(Ⅱ), 실해석학정리의 증명관계

● **대비책** ➜ 정리를 암기하는 것을 넘어 증명, 흐름을 위주로 공부한다.

[참 고(수학교육학신론)]

- 도구적 이해 : 이유는 모르는 채 암기한 규칙을 문제해결에 적용하는 것이다.
- 관계적 이해 : 무엇을 해야 할지 그리고 왜 그런지를 모두 알고 있으면서 일반적인 수학적인 관계로부터 특수한 규칙이나 절차를 연역할 수 있는 상태이다.

② 기본개념을 바탕으로 한 문제 풀이 알고리즘 익히기

기본개념만 안다(즉, 정의와 정리 증명을 안다.)고 해서 임용시험과 유사한 난이도의 문제를 바로 풀 수 있는 사람은 거의 없다. 문제 상황에서는 체계적인 문제 해결전략이 필요한데, 이것을 임기응변에만 기대어 생각나면 풀고 그렇지 않으면 틀리는 식이 되어서는 절대로 안 된다. 결국, 안정적인 문제풀이를 위해 갖추어야 할 가장 중요한 것은 바로 **문제해결 알고리즘**이다. 문제해결 알고리즘은 언제 어떻게 변형되더라도 적용할 수 있도록 충분히 반복해서 연습해두어야 한다.

● **예** ➜ 실수항급수의 수렴성(10가지), 함수열의 균등수렴성(7가지), 복소선적분의 계산(7가지), 복소해석함수가 상수임을 증명(5가지), 법곡률의 계산(10가지), 위상공간상의 폐포구하기(5가지), 행렬의 거듭제곱계산(3가지), 행렬의 대각화가능성(3가지), 다항식의 기약성(5가지), 합동방정식의 계산 등이다.

● **대비책** ➜ 정리, 공식을 문제해결의 쓰임새별로 순서와 묶음단위로 정리하여 암기하고 문제해결에 적용하는 훈련을 충분히 한다. “김현웅 전공수학 핵심정리집”을 활용한다.

[참 고] 다음카페 현웅임용수학연구원 자료실

③ 기출문제를 철저히 분석하기

32년의 역사를 가진 교원임용시험은 550여 문제(수학 내용학)의 방대한 기출문제를 갖고 있다. 근래에는 새로운 문제보다 기출문제에서 응용된 문제가 80%이상 **반복 출제**되는 경향이 강하다. 이는 출제할만한 개념과 문제가 모두 기출문제화 되었고 반복 출제만으로도 선발을 위한 수험생의 서열화가 가능하다는 판단을 근거로 한다. 따라서 **기출문제만 철저히 분석하는 것만으로도 고득점 전략**으로 손색이 없다. 단지, 기출학습의 전제조건으로는 **어떻게 응용되더라도 풀 수 있도록 폭 넓고 깊이 있게 분석**해야 한다는 점이다.

● 예 →

문항번호 (배점)		A2 (2점)	A3 (2점)	A4 (2점)	A7 (4점)	A8 (4점)	A9 (4점)	A10 (4점)	A11 (4점)	A12 (4점)	B2 (2점)	B6 (4점)	B7 (4점)	B8 (4점)	B9 (4점)	B10 (4점)	B11 (4점)	합계 (56점)		반복출제율
기출응용여부	21학년도	○	○	○	△ (A5)	△ (A6)	× (A7)	○	○	△	○	○	○	○	○	○	△	○	11문항	76%
																		△	4문항	
																		×	1문항	
	22학년도	○	○	○	○	○	○	△	△	△	○	○	○	○	○	○	○	○	13문항	84%
																		△	3문항	
																		×	0문항	
	23학년도	○	△	○	○	○	○	○	○	○	○	×	○	○	○	△	○	○	13문항	82%
																		△	2문항	
																		×	1문항	
	24학년도	△	○	○	△	△	△	△	△	○	○	○	○	○	△	○	○	○	9문항	76%
																		△	7문항	
																		×	0문항	

설명

기출문제를 충분히 분석하여 공부했다면 풀 수 있었을 것으로 예상되는 정답률을 다음과 같이 다소 주관적으로 판단하여 보았다.

○ : 80% 이상의 개념과 아이디어가 기출문제와 유사한 문제,
△ : 40% ~ 80% 정도의 개념과 아이디어가 기출문제와 유사한 문제,
× : 40% 이하의 개념과 아이디어가 기출문제와 유사한 문제.
※ 반복출제율은 다음과 같이 임의대로 계산한 것임.

반복출제율 = ((○의 배점×90%) + (△의 배점×60%) + (× 의 배점×20%)) ÷ 56

※ 24학년도 기출은 32년간 임용시험 중에 최고 난이도라 할 수 있다.

● 대비책 → 먼저, 기출문제를 깊이 있게 풀이한 후 수학적 다양성의 원리에 입각하여 숫자변형, 개념 변형한 응용문제를 만들어 푼다. 상반기 6개월 동안 순차적으로 기출문제 해설강의 업로드 예정.

④ 스터디그룹 활동하기

임용시험대비 학습방법으로 개인학습, 강의듣기, 스터디그룹활동의 세 가지가 있다고 할 수 있다. 앞의 두 방법과 달리 스터디그룹활동의 필요성은 간과하는 경우가 많다.

스터디그룹활동의 이점이라면 **정기적이고 지속적인 학습**, 의사전달과정에서 **표현능력이 향상**되고 설명과정에서 **개념이 좀 더 명확**해진다는 점, 분량을 **분할하여 학습 부담이 경감**될 수 있다는 점이다. 만남을 통한 인맥형성, 수험정보의 공유는 스터디활동의 부산물이라 할 수 있다.

● **대비책** ➜ 인터넷 사이트에서 적극적으로 스터디를 구하여 활동한다.

⑤ 실제시간에 맞추어 모의시험에 응시하고 첨삭을 받고 해보는 경험하기

계산실수나 가벼운 논리적 오류는 생각보다 큰 실점으로 이어질 수 있다. 이러한 실점을 줄이기 위해서는 임용시험과 비슷한 환경(시간과 장소)에서 연습과 훈련을 반복하는 수밖에 없다. 9월 중순이 되어서야 대부분의 모의고사 강좌가 진행되는데, 약점을 보완하기에는 너무 늦다. 또 직접 첨삭해 보면 다른 사람의 답안을 보면서 자연스럽게 답안작성에 관해 고민하게 된다. 이것은 스터디를 통해 가능하다.

● **대비책** ➜

(1) 사칙연산의 계산실수 : 스마트폰의 앱을 이용하여 매일 10분 이상 꾸준히 연습한다.

(2) 미적분학의 계산실수 : 미적분학 문제집을 이용하여 매일 꾸준히 연습한다.

(3) 실전시험에서의 시간관리 및 간단한 실수 줄이기

: 상반기(8월 이전)에는 임용시험보다 쉬운 수준의 모의고사(기초다지기 모의고사 10회, 상반기 모의고사 8회)를 정기적으로 스터디를 통하여 풀이한다.

예 제(24학년도대비 기출문제 A2)

복소평면에서 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원을 시계 반대방향으로 한 바퀴 도는 곡선 C에 대하여 적분

$$\int_C \bar{z}\,dz - \frac{1}{z}\,d\bar{z}$$

의 값을 구하시오.

NOTE 6 (문제풀이알고리즘: 복소선적분의 계산)

(1) 일반곡선(단순폐곡선을 포함)
① 정의
② 선적분의 기본정리
(2) 단순폐곡선(코, 코, 편, 가, 유, 그)
① 코쉬-구르사의 정리Ⅰ
② 코쉬의 적분공식
③ 편각원리
④ 가우스의 평균값 정리
⑤ 유수정리
⑥ 그린정리

세분화하기!!

NOTE 6 (복소선적분의 계산)

(1) 일반곡선(단순폐곡선을 포함)
① 정의
② 선적분의 기본정리
- C-R정리를 이용하여 원시함수를 계산 (직교형식, 극형식)

(2) 단순폐곡선(코, 코, 편, 가, 유, 그)
① 코쉬-구르사의 정리Ⅰ
(단순연결영역에 대한 코쉬-구르사의 정리)
→ 해석성의 확인(미분가능성)
→ · 일반꼴의 경우 : C-R방정식
· 분수꼴의 경우
(즉, $\frac{\text{해석함수}}{\text{해석함수}}$의 분수꼴)
: 분모의 영점의 개수
→
복소방정식의 계산
(z의 식 → x, y의 식 혹은 r, θ의 식)
루셰의 정리
② 코쉬의 적분공식
③ 편각원리
④ 가우스의 평균값 정리
⑤ 유수정리
→ 유수의 계산
· 공식 - 고립특이점의 분류 (제거가능, 극, 진성특이점)
· 급수전개
- 해석점 : 매클로린공식, 무한등비급수, 테일러의 정리
- 특이점 : 매클로린공식, 무한등비급수
⑥ 그린정리

수정,보완하기!!

응용문제(24학년도대비 기출문제 A2)

복소평면에서 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원을 시계 반대방향으로 한 바퀴 도는 곡선 C에 대하여 다음의 적분값을 구하시오.

(1) 숫자 바꾼 문제

$$\int_C\left(5z+\frac{4}{z^2}\right)d\bar{z}$$

(2) 숫자, 개념을 모두 바꾼 문제

$$\int_C\left(z^4\sin\bar{z}+\frac{z}{(2z-1)(3z-1)}\right)d\bar{z}$$

[응용문제해설]

[정 답] (1) $-10\pi i$ (2) $\frac{\pi}{3}i$.

[해 설] 주어진 곡선 C의 매개화함수를

$$z(t)=e^{it}\,(0\le t\le 2\pi)$$

이라 하자. 그러면

(ⅰ) $dz=z'(t)dt=(e^{it})'dt=ie^{it}dt$,

(ⅱ) $d\bar{z}=(\bar{z}(t))'dt=(e^{-it})'dt=-ie^{-it}dt$.

(1) $$\int_C\left(5z+\frac{4}{z^2}\right)d\bar{z}=\int_0^{2\pi}\left(5z(t)+\frac{4}{(z(t))^2}\right)d\bar{z}$$
$$=\int_0^{2\pi}\left(5e^{it}+\frac{4}{e^{2it}}\right)(-ie^{-it})dt$$
$$=\int_0^{2\pi}(-5i-4ie^{-3it})dt=-10\pi i.$$

(2) (ⅰ) 임의의 $z\in C$에 대하여

$$\bar{z}=\frac{\bar{z}z}{z}=\frac{|z|^2}{z}=\frac{1}{z}.$$

(ⅱ) $$\int_C z^4\sin\bar{z}+\frac{z}{(2z-1)(3z-1)}d\bar{z}$$
$$=-\int_C z^2\sin\frac{1}{z}+\frac{1}{z(2z-1)(3z-1)}dz.$$

㉠ $\sin\frac{1}{z}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)!}\frac{1}{z^{(2n+1)}}$이므로

$z^2\sin\frac{1}{z}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(-1)^n}{(2n+1)!}\frac{1}{z^{(2n-1)}}$이 되어

$$-\int_C z^2\sin\frac{1}{z}dz=-2\pi i\,Res\left[z^2\sin\frac{1}{z},\,0\right]=\frac{\pi}{3}i.$$

㉡ $\frac{1}{z(2z-1)(3z-1)}$에 대하여 곡선 C내부에 $z=0,\,\frac{1}{2},\,\frac{1}{3}$에서 단순극을 가지므로 유수 정리에 의해

$$-\int_C\frac{1}{z(2z-1)(3z-1)}dz$$
$$=-2\pi i\left(\sum_{k=0,\,1/2,\,1/3}Res\left[\frac{1}{z(2z-1)(3z-1)},\,k\right]\right)$$
$$=-2\pi i(1+2+(-3))=0.$$

따라서

$$\int_C z^4\sin\bar{z}+\frac{z}{(2z-1)(3z-1)}d\bar{z}$$
$$=-\int_C z^2\sin\frac{1}{z}+\frac{1}{z(2z-1)(3z-1)}dz=\frac{\pi}{3}i.$$

★실해석학 주요정리의 증명관계

① 미적분학의 기본정리(Ⅰ)
② 미적분학의 기본정리(Ⅱ)
⬆
③ 평균값 정리 ➡ ⑫ 테일러의 정리
⬆ ⬆
④ 롤의 정리➡ ⑪ 코쉬의 평균값정리
⬆
⑥ 최대최소정리 ⑤ 내부극값정리
⬆
⑧ 볼자노 ⑦ 연속의 수열판정법
-와이어스트라스의 정리
⬆
⑨ 축소구간성질
⬆
⑩ 단조수렴정리
⬆
실수의 공리계(체공리, 순서공리, 완비성공리)

> **예 제**
>
> **다음의 미적분학의 기본정리(Ⅱ)를 증명하시오.**
>
> **(ⅰ) $f:[a,\,b]\to\mathbb{R}$ 는 리만적분가능**
> **(혹은 연속)**
>
> **(ⅱ) $F:[a,\,b]\to\mathbb{R}$ 는 미분가능 s.t.**
> $F'(x)=f(x)\,(x\in[a,\,b])$
>
> $\Rightarrow \displaystyle\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a).$

[도 입]

$f:[a,\,b]\to\mathbb{R}$가 유계함수

(1) $a=x_0<x_1<x_2<\cdots<x_n=b$일 때

$P:=\{a=x_0,\,x_1,\,x_2,\,\cdots,\,x_n=b\}$

를 $[a,\,b]$의 분할(partition)이라 한다.

(2) $M_i:=\sup_{x_{i-1}\le x\le x_i}f(x)$,

$m_i:=\inf_{x_{i-1}\le x\le x_i}f(x)$.

(3) ① $U(f,\,P):=\displaystyle\sum_{i=1}^n M_i(x_i-x_{i-1})$

(f의 리만상합),

② $L(f,\,P):=\displaystyle\sum_{i=1}^n m_i(x_i-x_{i-1})$

(f의 리만하합).

(4) ① $\overline{\displaystyle\int_a^b} f(x)dx:=\inf_P U(f,\,P)$

(f의 리만상적분),

② $\underline{\displaystyle\int_a^b} f(x)dx:=\sup_P L(f,\,P)$

(f의 리만하적분).

(5) f : 리만적분가능

$\overset{\text{정의}}{\Leftrightarrow}\ \overline{\displaystyle\int_a^b} f(x)dx=\underline{\displaystyle\int_a^b} f(x)dx\ \left(=:\displaystyle\int_a^b f(x)dx\right)$

[증 명] STEP ① $[a,\,b]$의 임의의 분할

$P=\{a=x_0,\,x_1,\,\cdots\,x_{i-1},\,x_i,\,\cdots,\,x_n=b\}$

에 대하여

$L(f,\,P)\le F(b)-F(a)\le U(f,\,P)$.

($\because$) $F(b)-F(a)$

$=F(x_n)-F(x_0)$

$=\displaystyle\sum_{i=1}^n(F(x_i)-F(x_{i-1}))$

$=\displaystyle\sum_{i=1}^n\underbrace{\frac{F(x_i)-F(x_{i-1})}{x_i-x_{i-1}}}_{\parallel\ F'(c_i)}(x_i-x_{i-1})$

$(\exists\, c_i\in(x_{i-1},\,x_i))$

(($\because$) 평균값의 정리)

$\Rightarrow L(f,\,P)\le F(b)-F(a)\le U(f,\,P)$.

STEP ②

$\sup_{P\in\alpha}L(f,P)\le F(b)-F(a)\le \inf_{P\in\alpha}U(f,P)$

$\parallel \qquad\qquad\qquad \parallel$

$\underline{\displaystyle\int_a^b} f(x)dx=\displaystyle\int_a^b f(x)dx=\overline{\displaystyle\int_a^b} f(x)dx$

(($\because$) f : 리만적분가능)

$\Rightarrow \displaystyle\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a).$

> **예 제**
>
> **다음의 미적분학의 기본정리(Ⅱ)를 증명하시오.**
>
> **(ⅰ) $f:[a,\,b]\to\mathbb{R}$ 는 리만적분가능**
>
> **(ⅱ) $F:[a,\,b]\to\mathbb{R}$ 는 미분가능 s.t.**
> $F'(x)=f(x)\,(x\in[a,\,b])$
>
> $\Rightarrow \displaystyle\int_a^b f(x)dx=F(b)-F(a).$

4. 커리큘럼 (2월 ~ 11월)

월별	1월 ~ 6월	7월 ~ 9월 중순	9월 중순 ~ 11월
1차 학습	이론 공부 (클리닉전공수학 9권)	단원별 문제풀이	실전모의고사 (8회)
2차 학습	기출문제풀이		
3차 학습	기초다지기 모의고사 (10회, 2주당 1회)	상반기 모의고사 (8회, 2주당 1회)	

※기출문제해설강의 : 상반기(1월 ~ 6월)에 무료강의로 업로드예정.

※기초다지기 모의고사(10회분, 회당 20문항) : 클리닉 전공수학의 내용에서 발췌된 내용, 기초적인 문제로서 해설 강의는 하지 않음.

※상반기 모의고사(8회분, 회당 16문항) : 실전모의고사보다 약간 쉬운 문제로 21년 해설강의 제공.

김현웅 전공수학 특별할인 이벤트

※ 다음카페 : 현웅임용수학연구원 www.cafe.daum.net/hwmath

윌비스임용

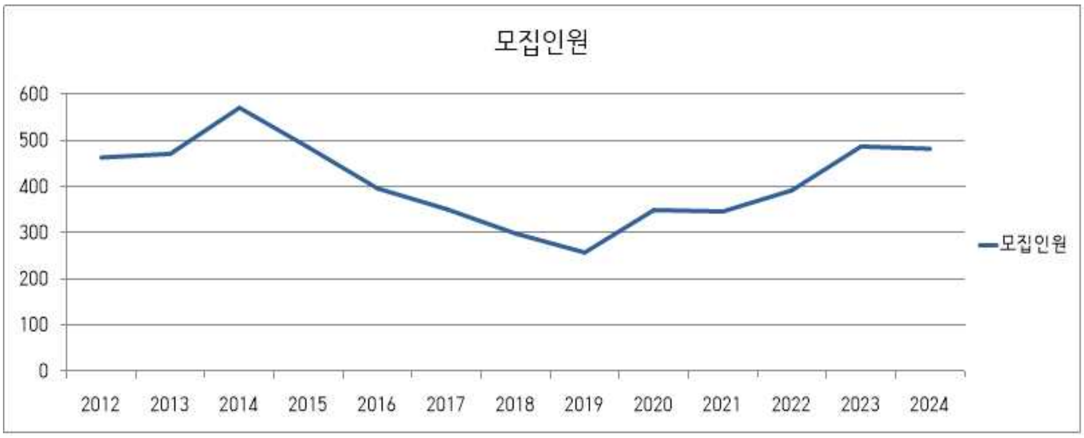
ssam.willbes.net 1544-3169

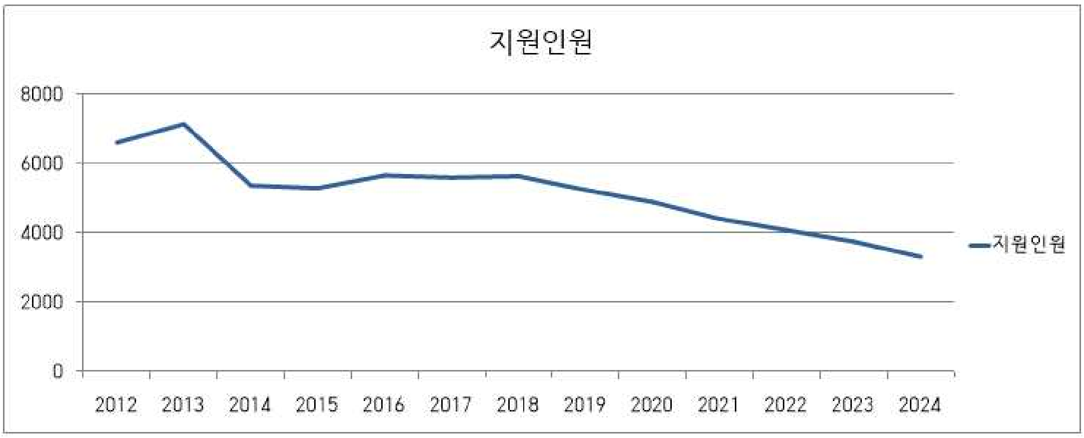
5. 수학임용관련정보 및 2024학년도 기출문제해설

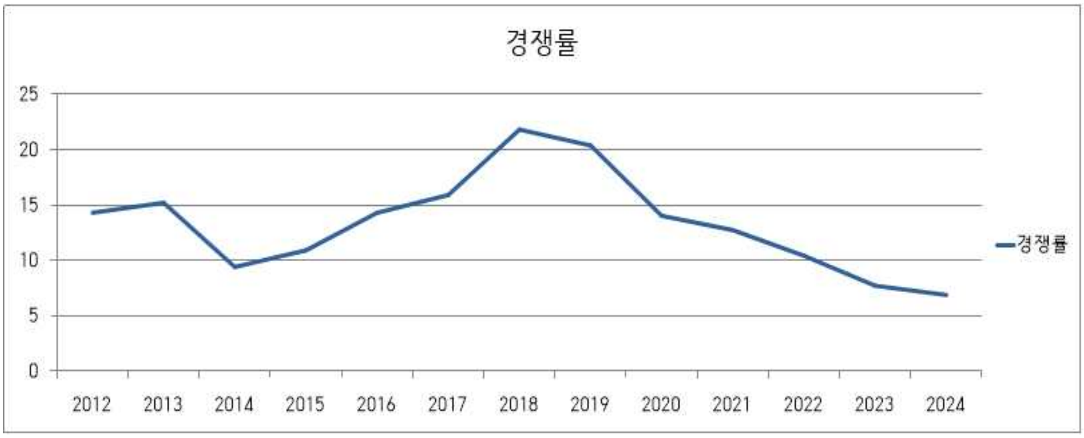
5-1 최근경쟁률 및 합격선

학년도 \ 지역		서울	경기 일반	경기 지역제한	인천	대전	세종	광주	부산	대구	울산
2024	모집인원	92	153	2	12	0	15	0	27	4	5
	지원인원	584	799	24	94	0	132	0	231	36	49
	경쟁률	6.35	5.22	12	7.8	0	8.8	0	8.6	9.0	9.8
	1차합격선	52.67	47.00	49.00	49.67	0	52	0	52	44.34	44.67
	최종합격선										
2023	모집인원	79	129		18	4	12		23	2	8
	지원인원	563	888		132	49	121		233	30	68
	경쟁률	7.13	6.88		7.33	12.25	10.08		10.13	15.00	8.50
	1차합격선	64.33	65.67		61.67	73.33	65.67		67.33	73.67	57.33
	최종합격선	159.63	159.31		160.41	172.26	164.00		164.13	비공개	153.89
2022	모집인원	45	113		4	7	3	3	19	2	12
	지원인원	547	1006		70	105	34	26	224	44	98
	경쟁률	12.16	8.90		17.5	15.00	11.33	8.67	11.79	22	8.17
	1차합격선	82.67	77		76	79.67	56.66		78	75.33	71.67
	최종합격선	175.50	175.70		171.50	180.40	154.98	169.44	171.60	비공개	169.30
2021	모집인원	37	101		5	8	5	2	23	1	7
	지원인원	515	1227		102	112	74	22	271	30	74
	경쟁률	13.92	12.15		20.4	14	14.8	11	11.78	30	10.57
	1차합격선	62.66	61.66		65.00	60.33	63	60.66	58.33	-	58.67
	최종합격선	158.33	155.13		157.50	156.00	157.41	-	157.50	-	157.31
2020	모집인원	65	88		5	2	12	2	21	2	11
	지원인원	846	1111		102	40	198	46	272	52	138
	경쟁률	13.02	12.63		20.4	20	16.5	23	12.95	26	12.55
	1차합격선	81.67	80.34		72	82	80	89	80.33	76	78
	최종합격선	175.03	176.12		165.84	-	168.72	-	172.41	-	176.9
2019	모집인원	47	50		10	4	12	2	13	4	3
	지원인원	954	1150		210	80	168	45	315	88	68
	경쟁률	20.3	23		21	20	14	22.5	24.2	22	22.7
	1차합격선	64	62		62	64.67	56.67	60	65	58	66
	최종합격선	148.93	152.9		155.55	155.27	148.94	-	161.13	159.08	162.84
2018	모집인원	65	77		8	4	13	2	13	7	2
	지원인원	951	1392		180	74	221	61	321	237	54
	경쟁률	14.6	18.1		22.5	18.5	17	30.5	24.7	33.9	27
	1차합격선	69.3	65.3		63.33	68.3	69.67	72.3	68.34	69.7	66.7
	최종합격선	158.9	157.2		158.6	162.7	160.6	-	162.4	162.7	-
2017	모집인원	51	120	5	9	4	19	2	9	20	2
	지원인원	666	1478	142	224	89	353	39	243	422	59
	경쟁률	13.06	12.32	28.40	24.89	22.25	18.58	19.50	27.00	21.10	29.05
	1차합격선	60.00	55.67	50.67	60.67	61.00	63.34	59.00	56.00	56.34	54.00
	최종합격선	151.77	145.82	142.32	156.08	156.94	152.10	-	153.76	149.08	-
2016	모집인원	38	117	5	-	14	9	4	15	16	-
	지원인원	693	1501	74	-	235	105	72	289	265	-
	경쟁률	18.24	12.83	14.80	-	16.79	11.67	18.00	19.27	16.56	-
	1차합격선	59.00	56.33	46.66	-	55.00	53.00	58.00	55.67	53.00	-
	최종합격선	156.75	148.04	146.67	-	152.46	149.87	157.65	154.53	148.62	-
2015	모집인원	52	119	-	9	15	27	14	14	14	2
	지원인원	631	1262	-	137	191	269	158	273	174	43
	경쟁률	12.13	10.61	-	15.22	12.73	9.96	11.29	19.50	12.43	21.50
	1차합격선	59.00	57.67	-	49.00	57.33	60.00	61.00	59.67	60.33	55.34
	최종합격선	158.93	157.14	-	150.31	153.34	156.67	158.50	158.54	155.72	-
2014	모집인원	47	162	-	26	19	40	17	21	33	6
	지원인원	461	1492	-	283	160	428	136	256	256	112
	경쟁률	9.81	9.21	-	10.88	8.42	10.70	8.00	12.19	7.76	18.67
	1차합격선	79.73	77.87	-	82.06	72.87	80.87	78.43	78.87	78.87	83.26
	최종합격선	160.8	155.17	-	161.82	149.03	156.22	158.78	157.42	157.12	162.47
2013	모집인원	21	145	-	48	21	3	13	17	14	-
	지원인원	498	1532	-	614	293	48	211	359	228	-
	경쟁률	23.71	10.57	-	12.79	13.95	16.00	16.23	21.18	16.29	-
	1차합격선	97.20	86.20	-	87.90	88.70	84.10	90.40	91.10	91.70	-
	2차합격선	56.60	50.00	-	48.67	49.33	40.67	50.67	49.67	59.33	-
	최종합격선	150.05	152.11	-	148.01	153.76	131.4	146.79	145.69	155.37	-
2012	모집인원	45	102	-	14	27	-	30	20	23	-
	지원인원	842	1918	-	229	331	-	370	439	286	-
	경쟁률	18.71	18.80	-	16.36	12.26	-	12.33	21.95	12.43	-
	1차합격선	89.70	90.10	-	83.40	87.70	-	87.90	90.10	85.70	-
	2차합격선	51.33	49.33	-	47.00	51.00	-	47.33	45.67	48.67	-
	최종합격선	152.57	151.50	-	149.44	150.41	-	149.63	147.22	164.47	-

학년도 \ 지역		충남		충북	전남		전북		경남	경북	강원	제주	합계
		일반	지역제한		일반	도서지역	일반	도서지역					
2024	모집인원	**30**	**3**	**16**	**33**		**18**		**25**	**22**	**14**	**11**	**482**
	지원인원	209		113	225		160		222	176	162	77	3311
	경쟁률	7.0		7.1	6.82		8.9		8.88	8.0	11.57	7.0	6.87
	1차합격선	49		50	50		49		48.66	49.67	51.67	52.33	49.39
	최종합격선												
2023	모집인원	**37**		**15**	**46**		**24**		**22**	**29**	**26**	**13**	**487**
	지원인원	232		125	322		221		229	234	213	80	3750
	경쟁률	6.27		8.33	7.00		9.27		10.41	8.07	8.19	6.15	7.7
	1차합격선	63.33		66	63		66.33		65.67	64.33	52.67	62	65.31
	최종합격선	153.74		162.64	155.99		158.93		161.49	159.79	147.50	156.73	159.36
2022	모집인원	**35**		**10**	**35**		**23**		**19**	**26**	**23**	**13**	**392**
	지원인원	350		137	342		190		304	260	224	118	4079
	경쟁률	10.00		13.7	9.77		8.26		16.00	10.00	9.74	9.08	10.41
	1차합격선	78.67		78	74		73.33		77.67	72	69	74.33	74.38
	최종합격선	169.25		167.64	167.50		170.64		171.80	168.73	153.25	168.61	168.92
2021	모집인원	**26**		**9**	**26**		**20**		**15**	**34**	**16**	**11**	**346**
	지원인원	323		112	281		255		254	417	222	115	4406
	경쟁률	12.42		12.44	10.81		12.75		16.93	12.26	13.88	10.45	12.73
	1차합격선	58.00		55.33	56.67		59.34		55.66	59.00	57.33	56.00	59.23
	최종합격선	154.32		148.92	153.80		157.03		154.97	155.40	147.77	152.97	154.96
2020	모집인원	**20**		**8**	**15**		**19**		**22**	**16**	**25**	**16**	**349**
	지원인원	300		55	247		297		365	230	446	148	4893
	경쟁률	15		6.88	16.47		15.63		16.59	14.38	17.84	9.25	14.02
	1차합격선	80		80.66	81		82		77.34	77	78.33	77.34	79.59
	최종합격선	173.39		176.71	177.29		176.54		173.9	175.53	169.33	174.56	173.73
2019	모집인원	**23**		**6**	**18**		**26**		**22**	**4**	**10**	**3**	**257**
	지원인원	414		129	300		423		539	78	200	76	5237
	경쟁률	18		21.5	16.67		16.2		24.5	19.5	20	25.33	20.38
	1차합격선	59.33		62	61		60.67		59.33	62.67	53.67	61.33	61.08
	최종합격선	151.97		157.83	157.08		157.83		153.63	160.23	138.4	155.92	154.85
2018	모집인원	**14**		**19**	**18**		**21**		**23**	**-**	**7**	**5**	**298**
	지원인원	192		352	355		402		560	-	179	107	5638
	경쟁률	13.7		18.5	19.7		19.1		24.3	-	25.6	21.4	21.82
	1차합격선	67.7		67.3	68		68.7		66	-	64	68	67.67
	최종합격선	162		157.2	162		162,2		162.2	-	147.1	164.4	160.01
2017	모집인원	**12**	**2**	**18**	**23**	**1**	**18**	**1**	**18**	**-**	**13**	**4**	**351**
	지원인원	183	32	183	338	23	317	21	460	-	252	74	5598
	경쟁률	15.25	16.00	17.89	14.70	23.00	17.61	21.00	25.56	-	19.38	18.50	15.9
	1차합격선	58.33	60.00	60.33	54.67	-	57.00	-	57.00	-	55.33	57.67	57.61
	최종합격선	152.37	-	153.97	149.48	-	147.86	-	152.04	-	148.04	147.24	150.59
2016	모집인원	**20**	**3**	**31**	**28**	**1**	**18**	**2**	**30**	**8**	**37**	**-**	**396**
	지원인원	277	31	382	339	13	258	29	497	134	466	-	5660
	경쟁률	13.85	10.33	12.32	12.11	13.00	14.33	14.50	16.57	16.75	12.59	-	14.3
	1차합격선	56.34	53.67	53.34	55.00	-	54.00	-	50.34	51.67	50.67	-	52.36
	최종합격선	154.57	151.84	151.77	152.72	-	149.51	-	151.08	149.30	149.77	-	151.59
2015	모집인원	**35**	**4**	**35**	**25**	**1**	**17**	**-**	**18**	**29**	**30**	**25**	**485**
	지원인원	308	51	317	248	6	208	-	256	367	249	145	5293
	경쟁률	8.80	12.75	9.06	9.92	6.00	12.24	-	14.22	12.66	8.30	5.80	10.9
	1차합격선	53.67	56.33	56.34	56.34	-	55.34	-	54.33	61.66	51.00	55.00	56.63
	최종합격선	152.77	153.48	154.34	153.89	-	154.73	-	154.62	158.41	148.25	152.68	154.84
2014	모집인원	**29**	**3**	**21**	**31**	**1**	**22**	**-**	**24**	**36**	**19**	**14**	**571**
	지원인원	224	35	153	345	11	166	-	301	321	152	77	5369
	경쟁률	7.72	11.67	7.29	11.13	11.00	7.55	-	12.54	8.92	8.00	5.50	9.4
	1차합격선	76.20	72.87	74.47	80.54	-	72.53	-	79.20	77.87	73.54	77.80	77.66
	최종합격선	153.95	150.97	150.71	157.37	-	151.06	-	157.9	157.35	154.67	155.77	156.03
2013	모집인원	**23**	**6**	**6**	**23**	**1**	**12**	**-**	**35**	**35**	**32**	**8**	**463**
	지원인원	325	92	110	363	28	257	-	628	541	400	81	6608
	경쟁률	14.13	15.33	18.33	15.78	28.00	21.42	-	17.94	15.46	12.50	10.13	14.3
	1차합격선	88.7	82.20	88.10	85.80	-	94.60	-	91.60	88.20	86.70	92.20	89.14
	2차합격선	45.67	40.00	50.67	46.67	-	53.67	-	53.67	51.00	47.67	61.00	50.29
	최종합격선	149.13	139.56	150.60	144.92	-	150.42	-	151.6	149.55	146.20	163.15	148.72
2012	모집인원	**28**	**-**	**39**	**26**	**-**	**10**	**-**	**47**	**35**	**22**	**3**	**471**
	지원인원	371	-	467	253	-	203	-	752	420	223	38	7142
	경쟁률	13.25	-	11.97	9.73	-	20.30	-	16.00	12.00	10.14	12.67	15.2
	1차합격선	87.70	-	84.00	79.20	-	82.60	-	85.70	84.20	81.20	86.60	85.72
	2차합격선	43.00	-	42.33	41.00	-	41.00	-	44.33	45.00	42.33	41.67	45.40
	최종합격선	143.06	-	142.58	138.16	-	141.77	-	145.55	147.88	145.58	162.64	147.72


모집인원
600
500
400
300
200
100
0
2012 2013 2014 2015 2016 2017 2018 2019 2020 2021 2022 2023 2024
모집인원


지원인원
8000
6000
4000
2000
0
2012 2013 2014 2015 2016 2017 2018 2019 2020 2021 2022 2023 2024
지원인원


경쟁률
25
20
15
10
5
0
2012 2013 2014 2015 2016 2017 2018 2019 2020 2021 2022 2023 2024
경쟁률


1차합격컷
100
80
60
40
20
0
2014 2015 2016 2017 2018 2019 2020 2021 2022 2023 2024
1차합격컷

5-2 추천도서목록

실해석학

- 정동명외 1인, **실해석학개론**, 경문사, 최근판 (난이도 : 중하)
- 강수철, **실해석학개론**, 범한서적주식회사. 최근판 (난이도 : 중)
- 허민, 오혜영, **해석학입문(루딘번역판)**, 교우사, 최근판 (난이도 : 상)
- 강승필, **해석학특강**, 교우사, 최근판 (난이도 : 상)
- Rudin. W. **Principles of mathematical analysis**, McGraw-Hill, 1976 (난이도 : 상)

복소해석학

- 허민외 1인, **복소함수론과 그 응용(처칠번역판)**, 경문사, 최근판 (난이도 : 중)
- 양영오, **복소해석학의 이해**, 청문각, 최근판 (난이도 : 중)
- 강승필, **복소함수론**, 경문사, 최근판 (난이도 : 중)
- 계승혁외 1인, **기초복소해석**, 서울대학교출판부, 최근판 (난이도 : 중)

위상수학

- 박대희, **위상수학**, 경문사, 최근판 (난이도 : 중)
- 장영식, **위상수학**, 경문사, 최근판 (난이도 : 하)
- 이장우, **일반위상수학(샴번역판)**, 경문사 (난이도 : 중)

정수론

- 황석근, **ENV정수론**, 교우미디어, 최근판 (난이도 : 중)
- 최은미, **정수론및 그 응용**, 청문각, 최근판 (난이도 : 중)
- 박승안 외 1인, **정수론**, 경문사, 최근판 (난이도 : 중)

현대대수학

- 강영욱 외 1인 옮김, **현대대수학(Fraleigh 지음)**, 최근판 (난이도 : 중)
- 황석근, **ENV현대대수**, 교우미디어, 최근판 (난이도 : 중)
- 박승안, **현대대수학**, 경문사, 최근판 (난이도 : 중상)
- Hungerford, Abstract algebra, Brooks/Cole (난이도 : 중상)

선형대수학

- 황석근, **ENV선형대수**, 교우미디어 (난이도 : 중하)
- 이장우, **알기쉬운 선형대수(Anton 지음)**, 경문사 (난이도 : 중하)
- 노정학외 3인, **선형대수학입문(Lang 지음)**, 경문사 (난이도 : 중)
- 데이비드풀(수학교재편찬위원회 옮김), **선형대수학**, 경문사 (난이도 : 중하)

미분기하학

- 윤갑진, **미분기하학**, 경문사, 최근판 (난이도 : 상)
- 김영록외 2인, **임용수학완전정복 미분기하학**, 경문사, 최근판 (난이도 : 중상)
- 전재복외 2인, **미분기하학입문(프래슬리 번역판)**, 경문사, 최근판 (난이도 : 중) 연습문제풀이 수록
- 표용수, 김향숙, **미분기하학개론**, 경문사, 1999 (난이도 : 중)

이산수학

- 박종안 외 1인, **이산수학**, 경문사, 최근판 (난이도 : 중하)
- 황석근 외 2인, **ENV이산수학**, 블랙박스, 최근판 (난이도 : 중상) 연습문제일부풀이 수록

일반통계학

- 김원경, **교사를 위한 확률과 통계학**, 교우사, 최근판 (난이도 : 중)
- 고왕경, **문제중심의 확률론의 이해**, 경문사, 최근판 (난이도 : 상하)
- 신양우, **기초확률론**, 경문사, 최근판 (난이도 : 중)
- 장세경, **확률과 통계**, 경문사, 최근판 (난이도 : 중하)

5-3 2024학년도 수학내용학 기출 문제해설

A2	단원 / 영역	복소해석학 / 복소선적분
	평가내용 요소	선적분의 정의, 유수정리

복소평면에서 중심이 원점이고 반지름의 길이가 1인 원을 시계 반대방향으로 한 바퀴 도는 곡선 C에 대하여 적분

$$\int_C \bar{z}dz - \frac{1}{z}d\bar{z}$$

의 값을 구하시오.(단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.) [2점]

[정 답] $4\pi i$.

[해 설] 주어진 곡선 C의 매개화함수를 $z(t) = e^{it}(0 \le t \le 2\pi)$이라 하자. 그러면

(ⅰ) $\displaystyle\int_C \bar{z}dz - \frac{1}{z}d\bar{z} = \int_C \bar{z}dz + \int_C\left(-\frac{1}{z}\right)d\bar{z}$.

(ⅱ) ㉠ $\displaystyle\int_C \bar{z}dz = \int_0^{2\pi}\overline{z(t)}z'(t)\,dt = \int_0^{2\pi} e^{-it}(ie^{it})\,dt = 2\pi i$,

㉡ $\displaystyle\int_C\left(-\frac{1}{z}\right)d\bar{z} = \int_0^{2\pi}\left(-\frac{1}{z(t)}\right)(\overline{z(t)})'dt$

$\displaystyle = \int_0^{2\pi}\left(-\frac{1}{e^{-it}}\right)(e^{-it})'dt$

$\displaystyle = i\int_0^{2\pi}dt = 2\pi i$.

구하는 선적분의 값은 $\displaystyle\int_C \bar{z}dz - \frac{1}{z}d\bar{z} = 2\pi i + 2\pi i = 4\pi i$.

[다른 방법((ⅱ)㉠)]

$\displaystyle\int_C \bar{z}dz = \int_C \frac{\bar{z}z}{z}dz = \int_C \frac{|z|^2}{z}dz = \int_C \frac{1}{z}dz$

$\displaystyle = 2\pi i\,\mathrm{Res}\left[\frac{1}{z}, 0\right]$ ((∵) 유수정리)

$= 2\pi i$.

A3	단원 / 영역	현대대수학 / 군론
	평가내용 요소	순환군, 상군, 원소의 위수

순환군(cyclic group) G의 한 부분군(subgroup) H에 대하여 G에서의 H의 지수(index) $|G : H|$는 520이다. 잉여군(상군, factor group, quotient group) G/H의 생성원(generator)의 개수를 구하시오. 또한, G/H의 한 생성원 aH와 G의 한 부분군 K에 대하여 $K/H = \langle (aH)^{35} \rangle$일 때, $G/H = (K/H)(L/H)$를 만족시키는 G의 부분군 L의 개수를 구하시오. [2점]

[정 답] (G/H의 생성원의 개수)$=192$, (L의 개수)$=8$.

[해 설] (1) 순환군의 상군은 순환군이므로

G/H=(위수가 520인 순환군)$\cong < \mathbb{Z}_{520}, + >$.

따라서

(G/H의 생성원의 개수)$= \phi(520)$

$= (2^3 - 2^2)(5-1)(13-1) = 192$.

(2) $|\{L \le G \mid G/H = (K/H)(L/H)\}|$

$= \left|\left\{\bar{L} \le \mathbb{Z}_{520} \mid \mathbb{Z}_{520} = <35> + \bar{L}\right\}\right|$

$= |\{<l> \le \mathbb{Z}_{520} \mid \mathbb{Z}_{520} = <35> + <l>$

$(= <\gcd\{35, l\}>)\}|$

$= |\{l \in \mathbb{Z}^+ \mid (l, 5) = 1,\ l : 520$의 양의 약수$\}|$

$= |\{l \in \mathbb{Z}^+ \mid l : 104(=520/5)$의 양의 약수$\}| = 8$.

A4	단원 / 영역	미분기하학 / 곡선론
	평가내용 요소	곡선에 대한 접선, 임의 속력 곡선의 곡률

3차원 유클리드 공간 $\mathbb{R}^3$에서 곡선 C를

$C = \left\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid y = e^{ax},\ yz = b\right\}$ (단, a, b는 상수)

라 하자. 곡선 C와 $yz-$평면의 교점 P에서 곡선 C의 접선(tangent line)이 점 $(2\sqrt{2}, 3, -1)$을 지날 때, $a^2 + b^2$의 값과 점 P에서의 곡률(curvature)을 순서대로 구하시오. [2점]

[정 답] $a^2 + b^2 = 3/2$, $\kappa = 1/2\sqrt{2}$.

[해 설] (1) (ⅰ) $z = t$로 두고 곡선 C를 매개화하면

$$\alpha(t) = \left(\frac{\ln t}{a}, t, \frac{b}{t}\right)(t > 0).$$

(ⅱ) ㉠ $\mathrm{P} = \alpha(1) = (0, 1, b)$, $\alpha'(1) = (1/a, 1, -b)$.

㉡ P에서 C의 접선의 매개화함수는

$\beta(t) = t\alpha'(1) + \alpha(1)$

$= \left(\frac{1}{a}t, t+1, -bt+b\right)(t \in \mathbb{R})$,

$(2\sqrt{2}, 3, -1) = \beta(2) = \left(\frac{2}{a}, 3, -b\right)$,

$a = 1/\sqrt{2}$, $b = 1$.

$\therefore a^2 + b^2 = 3/2$.

(2) (1)에 의해 $\alpha(t) = \left(\sqrt{2}\ln t, t, \frac{1}{t}\right)(t \in \mathbb{R} \setminus \{0\})$이므로

$\mathrm{P} = \alpha(1)$에서 곡률은

$\alpha'(1) = (\sqrt{2}, 1, -1)$, $\alpha''(1) = (-\sqrt{2}, 0, 2)$,

$\alpha'(1) \times \alpha''(1) = (2, -\sqrt{2}, \sqrt{2})$.

따라서 $\displaystyle\kappa = \frac{\|\alpha'(1) \times \alpha''(1)\|}{\|\alpha'(1)\|^3} = \frac{1}{2\sqrt{2}}$.

A7	단원 / 영역	실해석학 / 다변수함수의 적분
	평가내용 요소	이중적분, 극좌표변환, 미분계수

좌표평면의 영역

$$D(t)=\{(x,\ y)\,|\, x\geq 0,\ y\geq 0,\ x^2+y^2\leq 1,\ x+y\geq t\}$$

$(0\leq t\leq 1)$과 함수

$$f(x,\ y)=\sqrt{|8x^2+8y^2-1|}$$

에 대하여 $g(t)=\iint_{D(t)} f(x,\ y)dxdy$라 하자. $g(0)$과 $g'\left(\frac{1}{2}\right)$의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

[정 답] $g(0)=\frac{\pi}{48}(1+7\sqrt{7})$, $g'(1/2)=-\frac{1}{4}$.

[해 설]

(i) $g(0)=\iint_{D(0)}\sqrt{|8(x^2+y^2)-1|}\,dydx$

$$=\int_{\theta=0}^{\pi/2}\int_{r=0}^{1}\sqrt{|8r^2-1|}\left|\frac{\partial(x,\ y)}{\partial(r,\ \theta)}\right|drd\theta$$

$$=\int_{\theta=0}^{\pi/2}\int_{r=0}^{1/2\sqrt{2}} r\sqrt{1-8r^2}\,drd\theta$$

$$+\int_{\theta=0}^{\pi/2}\int_{r=1/2\sqrt{2}}^{1} r\sqrt{8r^2-1}\,drd\theta$$

$$=\int_0^{\pi/2}\int_0^1 1/16\sqrt{t}\,dt\,d\theta+\int_0^{\pi/2}\int_0^7 1/16\sqrt{t}\,dt\,d\theta$$

$$=\frac{\pi}{48}(1+7\sqrt{7}).$$

(ii) $\frac{1}{2}<t<1$에 대하여

$$g(t)=\int_0^{\pi/2}\int_{\frac{t}{\cos\theta+\sin\theta}}^{1}\sqrt{|8r^2-1|}\left|\frac{\partial(x,\ y)}{\partial(r,\ \theta)}\right|drd\theta$$

$$=\int_0^{\pi/2}\int_{\frac{t}{\cos\theta+\sin\theta}}^{1} r\sqrt{8r^2-1}\,drd\theta$$

$$=\frac{1}{16}\int_0^{\pi/2}\int_{8\left(\frac{t}{\cos\theta+\sin\theta}\right)^2-1}^{7}\sqrt{s}\,dsd\theta$$

$$\left((\because)\ s:=8r^2-1,\ dr=\frac{1}{16r}ds.\right)$$

$$=\frac{1}{16}\int_0^{\pi/2}\frac{2}{3}s^{\frac{3}{2}}\Big]_{\frac{8t^2}{1+\sin2\theta}-1}^{7}d\theta$$

$$=\frac{1}{24}\int_0^{\pi/2}\left(7^{\frac{3}{2}}-\left(\frac{8t^2}{1+\sin2\theta}-1\right)^{\frac{3}{2}}\right)d\theta.$$

그러므로

$$g'(1/2)=\frac{1}{24}\int_0^{\pi/2}\frac{d}{dt}\left(7^{\frac{3}{2}}-\left(\frac{8t^2}{1+\sin2\theta}-1\right)^{\frac{3}{2}}\right)\Bigg|_{t=1/2}d\theta$$

$$=-\frac{1}{2}\int_0^{\pi/2}\frac{1}{1+\sin2\theta}\left(\frac{1-\sin2\theta}{1+\sin2\theta}\right)^{1/2}d\theta$$

$$=\left(-\frac{1}{2}\right)\int_0^{\pi/4}\frac{1}{1+\sin2\theta}\left(\frac{1-\sin2\theta}{1+\sin2\theta}\right)^{1/2}d\theta$$

$$+\left(-\frac{1}{2}\right)\int_{\pi/4}^{\pi/2}\frac{1}{1+\sin2\theta}\left(\frac{1-\sin2\theta}{1+\sin2\theta}\right)^{1/2}d\theta$$

$$=\left(-\frac{1}{4}\right)\int_0^1\frac{1}{(1+\lambda)^2}d\lambda+\left(-\frac{1}{4}\right)\int_1^0\frac{-1}{(1+\lambda)^2}d\lambda$$

$((\because)$ $\lambda:=\sin2\theta$에 대하여

$$d\lambda=2\cos2\theta\,d\theta.$$

$$d\theta=\frac{1}{2\cos2\theta}d\lambda$$

$$=\begin{cases}\dfrac{1}{2\sqrt{\cos^2(2\theta)}}d\lambda=\dfrac{1}{2\sqrt{1-\lambda^2}}d\lambda & (0\leq\theta\leq\pi/4)\\[2ex] \dfrac{-1}{2\sqrt{\cos^2(2\theta)}}d\lambda=\dfrac{-1}{2\sqrt{1-\lambda^2}}d\lambda & (\pi/4\leq\theta\leq\pi/2)\end{cases}\quad .)$$

$$=\left(-\frac{1}{2}\right)\int_0^1\frac{1}{(1+\lambda)^2}d\lambda$$

$$=\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{1+\lambda}\right)\Big]_0^1=-\frac{1}{4}.$$

A8	단원 / 영역	선형대수학 / 고윳값과 고윳벡터
	평가내용 요소	고윳값, 고유다항식, 최소다항식

모든 성분이 실수인 3×3 행렬 A와 행렬 $B=A^2-A+5I$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 행렬 $A-3I$는 역행렬을 갖지 않는다.
> (나) 행렬 A이 특성방정식(고유방정식, characteristic equation)은 허근 α를 가지고 $|\alpha|=\sqrt{2}$이다.
> (다) 행렬 B의 최소다항식(minimal polynomial)의 차수는 B의 특성다항식(고유다항식, characteristic polynomial)의 차수보다 낮다.

행렬 A의 모든 고윳값(eigenvalue)과 대각합(trace) 및 행렬식(determinant)을 각각 풀이 과정과 함께 쓰시오.
(단, I는 3×3 단위행렬이다.) [4점]

[정 답]

A의 고윳값은 3. $\frac{1}{2}\pm\frac{\sqrt{7}}{2}i$, $\mathrm{tr}(\mathrm{A})=4$, $\det(A)=6$.

[해 설]

(i) ㉠ (가), (나)에 대해 A의 세 복소 고윳값은

$$3,\ \lambda_1=\sqrt{2}e^{i\theta}(\text{허수}),\ \lambda_2=\sqrt{2}e^{-i\theta}(\text{허수})$$

의 꼴이다.

㉡ $f(x)=x^2-x+5$에 대하여 $B=f(A)$의 고윳값은

$$f(3),\ f(\lambda_1),\ f(\lambda_2).$$

또한 $\{x\in\mathbb{C}\,|\,P_B(x)=0\}=\{x\in\mathbb{C}\,|\,m_B(x)=0\}$이므로

$(B$의 서로 다른 고윳값의 개수$)\leq\deg(m_B(t))$

$<\deg P_B(t)((\because)$ (다))

$=3$

가 되어 $f(3),\ f(\lambda_1),\ f(\lambda_2)$은 중복된다.

(단, $P_B(t)$, $m_B(t)$는 각각 B의 고유다항식, 최소다항식이다.)

(ⅱ) $f(\lambda_1)=f(\lambda_2)$.

(∵) $f(\lambda_k)=f(3)=11(k=1,2)$이라 가정하자. 그러면 λ_k는 방정식 $f(x)-11=0$의 근이다. 그러나 $f(x)-11=0$는 두 실근을 가지므로 모순이다.

(ⅲ) $f(\lambda_1)=f(\lambda_2)=:\beta$

$\Rightarrow\ 2\sqrt{2}\cos\theta=\lambda_1+\lambda_2$

$\qquad =(x^2-x+(5-\beta)$의 두 근의 합$)=1$.

$\Rightarrow\ \cos\theta=\dfrac{1}{2\sqrt{2}},\ \sin\theta=\dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{2}}$.

∴ A의 고윳값은 3, $\lambda_k=\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{7}}{2}i(k=1,2)$.

∴ $\mathrm{tr}(A)=A$의 세 고윳값의 합$=4$,

$\det(A)=A$의 세 고윳값의 곱$=6$.

A9	단원 / 영역	위상수학 / 컴팩트공간, 연결공간
	평가내용 요소	하이네 보렐 정리, 연속함수의 성질

보통 위상(usual topology)이 주어진 4차원 좌표공간 $\mathbb{R}^4$에서

$A=\{(a,b,c,d)\in\mathbb{R}^4 | a^2+b^2=1,\ c^2+d^2=1,\ ac+bd=0\}$

이 컴팩트(긴밀, 옹골, compact)집합임을 보이시오. 또한, 집합 A에서 정의된 함수 $f(a,b,c,d)=ad-bc$의 치역을 구하고, 이를 이용하여 집합 A가 연결집합(connected set)인지 판별하고 그 이유를 쓰시오. [4점]

[정 답] $f(A)=\{1,-1\}$, A는 비연결집합이다.

[해 설]

(1) (ⅰ) A : $\mathbb{R}^4$에서 폐집합.

(∵) 각 $k=1,2,3$에 대하여 f_k: $\mathbb{R}^4\to\mathbb{R}$를

$$f_1(a,b,c,d)=a^2+b^2,$$
$$f_2(a,b,c,d)=c^2+d^2,$$
$$f_3(a,b,c,d)=ac+bd$$

이라 할 때 f_k는 다항함수의 꼴이므로 $\mathbb{R}^4$에서 연속이다. 또한 한 점 집합 $\{1\}$, $\{0\}$는 $\mathbb{R}$의 폐집합이다. 따라서

$$A=f_1^{-1}(\{1\})\cap f_2^{-1}(\{1\})\cap f_3^{-1}(\{0\})$$

는 $\mathbb{R}^4$에서 폐집합이다.

(ⅱ) A : $\mathbb{R}^4$에서 유계집합

(∵) 임의의 $p:=(a,b,c,d)\in A$ 에 대하여

$$\|p\|=\sqrt{(a^2+b^2)+(c^2+d^2)}=\sqrt{2}.$$

그러므로 (ⅰ), (ⅱ), 하이네-보렐의 정리에 의해 A는 $\mathbb{R}^4$의 컴팩트집합이다.

(2) (ⅰ) 임의의 $(a,b,c,d)\in A$에 대하여 $(a,b)=(\cos\alpha,\sin\alpha)(\alpha\in\mathbb{R})$, $(c,d)=(\cos\beta,\sin\beta)(\beta\in\mathbb{R})$의 꼴이다. 따라서

$$0=ac+bd=\cos(\alpha-\beta),\ \alpha-\beta=\frac{\pi}{2}+n\pi(n\in\mathbb{Z}).$$

(ⅱ) ㉠

$f(A)$

$$=\left\{f(\cos\alpha,\sin\alpha,\cos\beta,\sin\beta)\ \middle|\ \alpha-\beta=\frac{\pi}{2}+n\pi(n\in\mathbb{Z})\right\}$$
$$=\left\{-\sin(\alpha-\beta)\ \middle|\ \alpha-\beta=\frac{\pi}{2}+n\pi(n\in\mathbb{Z})\right\}$$
$$=\{1,-1\}.$$

㉡ 함수 f는 다항함수의 꼴이므로 $\mathbb{R}^4$에서 연속이다. A가 $\mathbb{R}^4$에서 연결이라고 가정하면 $f(A)=\{1,-1\}$도 $\mathbb{R}$에서 연결이므로 모순이다. 그러므로 A는 비연결집합이다.

A10	단원 / 영역	실해석학 / 무한급수의 수렴성, 부분적분법
	평가내용 요소	극한비교판정법, 라베판정법

수열 $\{a_n\}$이

$$a_n=\int_0^1(1-x^2)^n dx$$

일 때, $a_{n+1}=f(n)a_n$을 만족시키는 $f(n)$을 구하고 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n)^{\alpha}$이 수렴하는 실수 α의 범위를 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

※ 다음 식은 필요하면 증명 없이 사용할 수 있다.

> 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$n^{n+\frac{1}{2}}e^{-n}\le n!\le n^{n+\frac{1}{2}}e^{1-n}$$
>
> 이다.

[정 답] $f(n)=\dfrac{2n+2}{2n+3}$, $2<\alpha$.

[해 설] (1) $a_{n+1}=\displaystyle\int_0^1(1-x^2)^{n+1}dx$

$$=(1-x^2)^{n+1}x\Big]_0^1-\int_0^1(n+1)(1-x^2)^n(-2x^2)dx$$

((∵) 부분적분법)

$$=0+2(n+1)\int_0^1(1-x^2)^n(-(1-x^2)+1)dx$$
$$=0+2(n+1)\int_0^1(-(1-x^2)^{n+1}+(1-x^2)^n)dx$$
$$=2(n+1)(-a_{n+1}+a_n)$$

이므로 $f(n)=\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=\dfrac{2n+2}{2n+3}$.

(2) (ⅰ) $a_1=\displaystyle\int_0^1(1-x^2)dx=\frac{2}{3}$,

$$a_n=a_1f(1)f(2)\cdots f(n-1)$$
$$=\frac{2}{3}\frac{4}{5}\frac{6}{7}\cdots\frac{2n-2}{2n-1}\frac{2n}{2n+1}$$
$$=\frac{2^n n!}{(2n+1)!\frac{1}{2^n n!}}=\frac{4^n(n!)^2}{(2n+1)!}.$$

(ⅱ) ㉠ $b_n := \dfrac{n^{n+1/2}}{e^n}$이라 할 때 주어진 부등식에 의해

$$b_n \le n! \le e\,b_n (\forall n \in \mathbb{N}),$$

$$\frac{1}{e^2}\frac{4^n (b_n)^2}{b_{2n+1}} \le a_n \le e^2 \frac{4^n (b_n)^2}{b_{2n+1}} (\forall n \in \mathbb{N}).$$

이제 $c_n := \dfrac{4^n (b_n)^2}{b_{2n+1}}$이라 두고 정리하면 $\dfrac{1}{e^2}c_n \le a_n \le e^2 c_n (\forall n \in \mathbb{N})$.

㉡ $$c_n = \frac{4^n \dfrac{n^{2n+1}}{e^{2n}}}{\dfrac{(2n+1)^{2n+3/2}}{e^{2n+1}}} = e\frac{(2n)^{2n} n}{(2n+1)^{2n+3/2}}$$

$$= e\left(\left(1-\frac{1}{2n+1}\right)^{-(2n+1)}\right)^{-\frac{2n}{2n+1}} \frac{n}{(2n+1)^{1/2}}$$

$(\forall n \in \mathbb{N})$,

$$l := \lim_{n\to\infty}\frac{c_n}{\dfrac{1}{n^{1/2}}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} (\in (0, \infty)).$$

그러므로

$$\sum_{n=1}^{\infty}(a_n)^{\alpha} \text{ : 수렴 } \Leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty}(c_n)^{\alpha} \text{ : 수렴}((\because) \text{ ㉠})$$

$$\Leftrightarrow \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^{\alpha/2}} \text{ : 수렴}((\because) \text{ ㉡, 극한비교판})$$

$$\Leftrightarrow 2 < \alpha ((\because)\ p\text{-급수판정법}).$$

[다른 방법](라베판정법)

(ⅰ) $$r = \lim_{n\to\infty} n\left(1-\frac{a_{n+1}^{\alpha}}{a_n^{\alpha}}\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty} n\left(1-f(n)^{\alpha}\right)$$

$$= \lim_{n\to\infty} n\frac{(2n+3)^{\alpha}-(2n+2)^{\alpha}}{(2n+3)^{\alpha}}$$

$$= \lim_{n\to\infty} \frac{\alpha n c_n^{\alpha-1}}{(2n+3)^{\alpha}}$$

$((\because)$ 평균값의 정리에 의해 $\exists c_n \in (2n+2, 2n+3))$.

(ⅱ) 부등식

$$\frac{\alpha n}{2n+2}\frac{(2n+2)^{\alpha}}{(2n+3)^{\alpha}} \le \frac{\alpha n c_n^{\alpha-1}}{(2n+3)^{\alpha}} \le \frac{\alpha n (2n+3)^{\alpha-1}}{(2n+3)^{\alpha}} = \frac{\alpha n}{2n+3}$$

와 조임정리에 의해 $r = \lim_{n\to\infty}\dfrac{\alpha n c_n^{\alpha-1}}{(2n+3)^{\alpha}} = \dfrac{\alpha}{2}$. 따라서 라베판정법에 의해 $2 < \alpha$일 때 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n)^{\alpha}$는 수렴하고, $\alpha < 2$일 때 $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n)^{\alpha}$는 발산한다. $\alpha = 2$인 경우는 판정불능이다.

※라베판정법으로는 $\alpha = 2$인 경우의 정확한 결론을 얻을 수 없다.

A11	단원 / 영역	확률과 통계 / 확률밀도함수
	평가내용 요소	확률밀도함수, 누적분포함수

연속확률변수 X의 누적분포함수(cumulative distribution function) $F(x)$가 연속인 순증가함수(strictly increasing function)라 하자. 확률변수 $F(X)$의 확률밀도함수(probability density function)를 풀이 과정과 함께 쓰시오. 또한, $\mathrm{P}(-2 < \ln F(X) < 1)$의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

[정 답]

$$g(y) = \begin{cases} 0 & y < 0,\ 1 < y \\ 1 & 0 \le y \le 1 \end{cases},$$

$$P(-2 \le \ln F(X) < 1) = 1 - \frac{1}{e^2}.$$

[해 설] $Y = F(X)$의 누적분포함수를 $G(y) = P(Y \le y)$이라 하자. 그러면

(ⅰ) ㉠ $y < 0$인 경우, $G(y) = P(Y \le y) = 0$.

㉡ $1 \le y$ 인 경우, $G(y) = P(Y \le y) = 1$.

㉢ $0 \le y < 1$인 경우,

$$G(y) = P(Y \le y)$$
$$= P(F(X) \le y)$$
$$= P(X \le F^{-1}(y))$$
$$= \int_{-\infty}^{F^{-1}(y)} f(x)dx$$
$$= F(F^{-1}(y)) = y.$$

(ⅱ) $g(y) = G'(y) = \begin{cases} 0 & y < 0,\ 1 < y \\ 1 & 0 \le y \le 1 \end{cases}$

(2) $P(-2 \le \ln F(X) < 1)$

$$= P(e^{-2} \le F(X) < e)$$

$$= \int_{e^{-2}}^{e} g(y)dy = \int_{e^{-2}}^{1} 1\,dy = 1 - \frac{1}{e^2}.$$

A12	단원 / 영역	현대대수학 / 갈루아이론
	평가내용 요소	갈로아이론의 기본정리, 원분확대체, 실로의 정리

체(field) K를 유리수체 $\mathbb{Q}$ 위에서 $x^{23} - 88$의 분해체(splitting field)라 하자. K의 $\mathbb{Q}$위에서의 차수(degree) $[K:\mathbb{Q}]$의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. 또한, $[K:E] - [E:\mathbb{Q}]$가 1010의 양의 약수이고 $\mathbb{Q} \le E \le K$를 만족시키는 체 E의 개수를 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

[정 답] $[K:\mathbb{Q}] = 506$, (E의 개수)$= 2$.

[해 설] (1) 유리계수 다항식 $f(x) := x^{23} - 88$의 $\mathbb{Q}$위의 분해체를 $K = \mathrm{SF}(f(x)/\mathbb{Q})$이라 하자. 이제

(ⅰ) $\alpha = 88^{1/23}$, $\omega = e^{2\pi i/23}$에 대하여

$$K = \mathrm{SF}(f(x)/\mathbb{Q})$$
$$= \mathbb{Q}(\alpha, \alpha\omega, \alpha\omega^2, \cdots, \alpha\omega^{22})$$

$= \mathbb{Q}(\alpha, \omega)$.

(ⅱ) $[K : \mathbb{Q}] = 506 (= 22 \times 23)$

($\because$) "$[K : \mathbb{Q}] \geq 506$"

$[\mathbb{Q}(\omega) : \mathbb{Q}] = \phi(23) = 22$는 $[K : \mathbb{Q}]$를 나눈다. 또한

$$[\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}] = \deg(\alpha, \mathbb{Q}) = \deg(x^{23} - 88) = 23 \text{((}\because\text{) } p = 11\text{에 대한 아이젠스타인 판정법)}$$

는 $[K : \mathbb{Q}]$를 나눈다. 따라서 $506 = \mathrm{lcm}\{22, 23\} \mid [K : \mathbb{Q}]$가 되어 $506 \leq [K : \mathbb{Q}]$.

"$[K : \mathbb{Q}] \leq 506$"

$\mathbb{Q} \leq \mathbb{Q}(\omega) \leq \mathbb{Q}(\alpha, \omega) = K$,

$$\begin{aligned}[K : \mathbb{Q}] &= [K : \mathbb{Q}(\omega)][\mathbb{Q}(\omega) : \mathbb{Q}] \\ &= \deg(\alpha, \mathbb{Q}(\omega))\deg(\omega, \mathbb{Q}) \\ &\leq \deg(\alpha, \mathbb{Q})\deg(\omega, \mathbb{Q}) \\ &\leq \deg(x^{23} - 88)\phi(23) = 506.\end{aligned}$$

그러므로 ㉠, ㉡에 의해 $[K : \mathbb{Q}] = 506$.

(2) (ⅰ) ㉠ $[K : E][E : \mathbb{Q}]$

$$\begin{aligned}&= [K : \mathbb{Q}] \\ &= 506 (= 2 \times 11 \times 23) \\ &= 1 \times 505,\ 2 \times 253,\ 11 \times 46,\ 22 \times 23.\end{aligned}$$

$1 \leq ([K : E] - [E : \mathbb{Q}]) \mid 1010 (= 2 \times 5 \times 101)$이므로

$[K : E] = 23$ 혹은 $[K : E] = 506$.

(ⅱ) ㉠ $[K : E] = 506$인 경우, $E = \mathbb{Q}$.

㉡ $[K : E] = 23$인 경우,

갈로아군 $G := \mathrm{Gal}(K/\mathbb{Q})$는 위수가 506인 군이므로 갈로아 이론의 기본정리에 의해

$$\begin{aligned}&|\{E \mid \mathbb{Q} \leq E \leq K, [K : E] = 23\}| \\ &= |\{E \mid G = G(K/\mathbb{Q}) \geq G(K/E) \geq G(K/K) = \{\mathrm{id}\}, |G(K/E)| = 23\}| \\ &= |\{H \mid H \leq G, |H| = 23\}| \\ &= n_{23} = 1\end{aligned}$$

(($\because$) 제 3실로의 정리에 의해 $1 \equiv n_{23} (\mathrm{mod}\, 23) \in \{1, 2, 11, 22\}$)

구하는 체 E의 개수는 2개다.

B2	단원 / 영역	확률과 통계/ 확률분포의 예
	평가내용 요소	포아송분포, 표본분산의 계산

포아송분포(Poisson distribution) $Poisson(5)$로부터의 확률표본(random sample) $X_1, X_2, \cdots, X_n$에 대하여 $\overline{X}$를 $\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$라 하자. $\mathrm{E}\left(\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2\right) = 140$일 때, n의 값을 구하시오. [2점]

※ 다음은 필요하면 사용할 수 있다.

> 확률변수 X가 $Poisson(\lambda)$를 따르면
>
> $\mathrm{P}(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} = (x = 0, 1, 2, \cdots)$이다.

[정 답] $n = 29$.

[해 설] (ⅰ) $X_i \sim Poisson(5) (i = 1, 2, \cdots, n)$이므로

$$\mathrm{E}(X_i) = \mathrm{V}(X_i) = 5 (\forall i = 1, 2, \cdots, n).$$

(ⅱ) 표본분산을 $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2$, 표본분산의 평균은 모분산의 평균과 같으므로

$$5 = \mathrm{E}(s^2) = \frac{1}{n-1}\mathrm{E}\left(\sum_{i=1}^{n}(X_i - \overline{X})^2\right) = \frac{140}{n-1}.$$

$\therefore n = 29$.

B6	단원 / 영역	현대대수학 / 다항식환
	평가내용 요소	상환의 표수, 위수, 다항식의 기약성

다항식환(polynomial ring) $\mathbb{Z}_n[x]$의 주 아이디얼(principal idea) $I = \langle x^2 + ax + 1 - a \rangle$에 대하여 잉여환(상환, factor ring, quotient ring) $\mathbb{Z}_n[x]/I$가 홀수인 표수(특성, characteristic)를 갖고 위수(order)가 40이하인 정역(integral domain)이 되도록 하는 정수의 순서쌍 (n, a)를 풀이 과정과 함께 모두 쓰시오. (단, $0 \leq a < n$이다.) [4점]

[정 답] $(n, a) = (3, 0), (3, 2), (5, 2), (5, 3), (5, 4)$.

[해 설] $f(x) := x^2 + ax + 1 - a$, $I = < f(x) > \lhd \mathbb{Z}_n[x]$에 대하여

(1) $\mathbb{Z}_n[x]/I$ 는 정역이므로 $f(x)$는 $\mathbb{Z}_n[x]$에서 기약이다.

(2) (ⅰ) $n = \mathrm{char}(\mathbb{Z}_n[x]/I) =$홀수, $n^2 = |\mathbb{Z}_n[x]/I| \leq 40$ 이므로 $n = 3, 5$.

(ⅱ) ㉠ $n = 3$인 경우, $f(x)$가 $\mathbb{Z}_n (= \mathbb{Z}_3)$에서 기약이므로

$$0 \neq f(0) = 1 - a,\ 0 \neq f(1) = 2,\ 0 \neq f(-1) = 2 - 2a$$

가 되어 $a = 0, 2$.

$$\therefore (n, a) = (3, 0), (3, 2).$$

㉡ $n = 5$인 경우, $f(x)$가 $\mathbb{Z}_n (= \mathbb{Z}_5)$에서 기약이므로

$$0 \neq f(0) = 1 - a,\ 0 \neq f(1) = 2,\ 0 \neq f(-1) = 2 - 2a,$$
$$0 \neq f(2) = a,\ 0 \neq f(-2) = -3a$$

가 되어 $a = 2, 3, 4$.

$$\therefore (n, a) = (5, 2), (5, 3), (5, 4).$$

B7	단원 / 영역	미분기하학 / 곡면론
	평가내용 요소	외각에 대한 가우스-보네 정리, 가우스곡률의 계산, 측지곡률의 계산

3차원 유클리드 공간 R^3에서 곡면

$$M: x^2+4y^2+4z^2=4,\ 0<x<\frac{4\sqrt{5}}{5}, 0<z<\sqrt{3}y$$

위의 점 $\left(\sqrt{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$에서의 가우스곡률(Gaussian curvature) K를 구하시오. 또한 곡면 M에서의 가우스 곡률합(가우스 전곡률, total Gaussian curvature) $\iint_M K dA$를 풀이 과정과 함께 쓰시오.

(단, dA는 곡면 M의 면적소(area element)이다.) [4점]

[정 답] $K=\frac{16}{25}$, $\iint_M KdA=\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$.

[해 설] (1) 곡면 M의 매개화함수를 구하면

$$X(u, v)=(2\cos v, \cos u \sin v, \sin u \sin v).$$

점 $(\sqrt{2}, 1/2, 1/2)=X(\pi/4, \pi/4)$에서

$X_u(\pi/4, \pi/4)=(0, -\sin u \sin v, \cos u \sin v)|_{(u, v)=(\pi/4, \pi/4)}$

$=(0, -1/2, 1/2)$,

$X_v(\pi/4, \pi/4)$

$=(-2\sin v, \cos u \cos v, \sin u \cos v)|_{(u, v)=(\pi/4, \pi/4)}$

$=(-\sqrt{2}, 1/2, 1/2)$,

$X_{uu}(\pi/4, \pi/4)$

$=(0, -\cos u \sin v, -\sin u \sin v)|_{(u, v)=(\pi/4, \pi/4)}$

$=(0, -1/2, -1/2)$,

$X_{uv}(\pi/4, \pi/4)$

$=(0, -\sin u \sin v, \cos u \cos v)|_{(u, v)=(\pi/4, \pi/4)}$

$=(0, -1/2, 1/2)$,

$X_{vv}(\pi/4, \pi/4)$

$=-(2\cos v, \cos u \sin v, \sin u \sin v)|_{(u, v)=(\pi/4, \pi/4)}$

$=(-\sqrt{2}, -1/2, -1/2)$,

$X_u \times X_v=-(1/2, 1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2})$,

$U=-\frac{2}{\sqrt{5}}\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}}\right)=-\frac{1}{\sqrt{5}}(1, \sqrt{2}, \sqrt{2})$.

$E=\langle X_u, X_u\rangle=\frac{1}{2}$, $F=\langle X_u, X_v\rangle=0$,

$G=\langle X_v, X_v\rangle=\frac{5}{2}$,

$l=\langle X_{uu}, U\rangle=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$, $m=\langle X_{uv}, U\rangle=0$,

$n=\langle X_{vv}, U\rangle=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$. $\therefore K=\frac{ln-m^2}{EG-F^2}=\frac{16}{25}$.

(2) (ⅰ) 외각에 대한 가우스-보네 정리에 의해

$$2\pi=\iint_M KdA+\int_{\mathrm{Bd(M)}}\kappa_g ds+(\mathrm{Bd(M)}\text{의 외각의 합}).$$

(ⅱ) 네 곡선

C_1 : $x^2+4y^2+4z^2=4,\ 0\le x\le\frac{4\sqrt{5}}{5},\ z=\sqrt{3}y,\ 0<z,$

C_2 : $x^2+4y^2+4z^2=4,\ x=\frac{4\sqrt{5}}{5}, 0\le z\le\sqrt{3}y,$

C_3 : $x^2+4y^2+4z^2=4,\ 0\le x\le\frac{4\sqrt{5}}{5},\ z=0,\ 0<y,$

C_4 : $x^2+4y^2+4z^2=4,\ x=0, 0\le z\le\sqrt{3}y$

를 차례로 양의 방향으로 이은 단순폐곡선이

$$\mathrm{Bd(M)}=C_1+C_2+C_3+C_4.$$

㉠ 각 곡선이 만나는 점에서의 외각은

$$\epsilon_1=\epsilon_2=\epsilon_3=\epsilon_4=\frac{\pi}{2}.$$

㉡ C_1, C_3는 회전면 M의 경선(자오선)이므로 각 점에서

$$\kappa_g=0(C_1\text{과 } C_3\text{에서}).$$

C_4는 반지름이 1인 원이고 M의 법단면이므로 $\kappa_n=\pm\kappa$가 되어

$$\kappa_g=\pm\sqrt{\kappa^2-\kappa_n^2}=0(C_4\text{에서}).$$

$p(4/\sqrt{5}, 1/\sqrt{5}, 0)$에서 M의 경선에 대한 접선과 회전축(x축)이 만나는 점이 $q=(\sqrt{5}, 0, 0)$이 되어

$$\kappa_g=\pm\frac{1}{pq}=\pm\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}(C_2\text{에서})$$

(($\because$) 클리닉 전공수학 정리27).

위의 두 결과에 의해

$$2\pi=\iint_M KdA+\int_{\mathrm{Bd(M)}}\kappa_g ds+(\mathrm{Bd(M)}\text{의 외각의 합})$$

$$=\iint_M KdA+\left(\pm\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\times C_2\text{의 길이}\right)+\frac{\pi}{2}\times 4\text{의 외각의 합})$$

따라서 $\iint_M KdA=\pm\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}\times\frac{\pi}{3\sqrt{5}}=\pm\frac{\sqrt{2}}{6}\pi$, M은 타원면이므로 각 점에 대하여 $K>0$이다.

$$\therefore \iint_M KdA=\frac{\sqrt{2}}{6}\pi.$$

B8	단원 / 영역	이산수학 / 점화식과 생성함수
	평가내용 요소	일반 생성함수와 일반항, 뉴튼의 이항정리

수열 $\{a_n\}$이 $a_0 = a_1 = 0,\ a_n = 1\,(n \geq 2)$를 만족시킬 때, $\{a_n\}$의 생성함수(generating function) $f(x)$를 구하시오.

또한, 수열 $\{b_n\}$이 $0 < x < 1$에서 $\sqrt{f(x)} = \sum_{n=0}^{\infty} b_n x^n$을 만족시킬 때, b_5의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

[정 답] $f(x) = \dfrac{x^2}{1-x},\ b_5 = \dfrac{35}{128}$.

[해 설] (1) $f(x) = a_0 + a_1 x + a_2 x^2 + \cdots$

$$= x^2 + x^3 + \cdots = \frac{x^2}{1-x}.$$

(2) $0 < x < 1$에서 $\sqrt{f(x)} = x(1-x)^{-1/2}$

$$= x\sum_{n=0}^{\infty}\binom{-1/2}{n}(-x)^n$$

(($\because$) 뉴튼의 이항정리)

$$= \sum_{n=0}^{\infty}\binom{-1/2}{n}(-1)^n x^{n+1}.$$

$\therefore\ b_5 =$ ($\sqrt{f(x)}$의 급수전개에서 x^5의 계수)

$$= \binom{-1/2}{4}(-1)^4$$

$$= \frac{(-1/2)(-3/2)(-5/2)(-7/2)}{4!} = \frac{35}{128}.$$

B9	단원 / 영역	정수론 / 원시근
	평가내용 요소	원시근, 원소의 위수

r을 홀수인 소수 p의 원시근(primitive root)이라 하고

$$X = \{k \in \mathbb{N} \mid 1 \leq k < p-1,\ \gcd(k, p-1) = 1\}$$

이라 하자. 임의의 $a, b \in X$에 대하여 $r^{ab} \equiv r^a \pmod p$ 또는 $r^{ab} \equiv r^b \pmod p$를 만족시키는 순서쌍 (a, b)의 개수를 $|X|$의 식으로 나타내고, 이러한 순서쌍의 개수가 15가 되도록 하는 모든 소수 p의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오.
(단, $|X|$는 집합 X의 원소의 개수이다.) [4점]

[정 답] (구하는 (a, b)의 개수)$= 2|X| - 1,\ p = 17, 31$.

[해 설]

(1) $(a, b) \in X^2$에 대하여

$r^{ab} \equiv r^a (\mathrm{mod} p)$ 혹은 $r^{ab} \equiv r^b (\mathrm{mod} p)$

$\Leftrightarrow \mathrm{ind_r r^{ab}} \equiv \mathrm{ind_r r^a} (\mathrm{mod}\,\phi(\mathrm{p}))$

혹은 $\mathrm{ind_r r^{ab}} \equiv \mathrm{ind_r r^b} (\mathrm{mod}\,\phi(\mathrm{p}))$

$\Leftrightarrow\ ab \equiv a (\mathrm{mod}\, p-1)$ 혹은 $ab \equiv b (\mathrm{mod}\, p-1)$

$\Leftrightarrow\ b \equiv 1 (\mathrm{mod}\, p-1)$ 혹은 $a \equiv 1 (\mathrm{mod}\, p-1)$.

따라서

(구하는 (a, b)의 개수)$= |\{(a, b) \in X^2 \mid a \equiv 1 (\mathrm{mod}\, p-1)\}|$

$+ |\{(a, b) \in X^2 \mid b \equiv 1 (\mathrm{mod}\, p-1)\}|$

$- |\{(a, b) \in X^2 \mid a \equiv b \equiv 1 (\mathrm{mod}\, p-1)\}|$

$= |X| + |X| - 1 = 2|X| - 1.$

(2) $15 = 2|X| - 1 \Leftrightarrow 8 = |X| (= \phi(p-1))$

$\Leftrightarrow\ p = 17, 31.$

B10	단원 / 영역	실해석학 / 함수열의 균등수렴
	평가내용 요소	적분과 균등수렴, 비판정법, 와이어스트라스 M-판정법

자연수 n에 대하여 함수 $f_n : [0, \infty) \to \mathbb{R}$ 이

$$f_n(x) = \frac{x}{1+e^{nx}} + \sum_{k=0}^{n-1} x^k\left(e^{-kx} - e^{-(k+1)x}\right)$$

일 때, 함수열 $\{f_n\}$이 $[0, \infty)$에서 고른수렴(평등수렴, 균등수렴, uniform convergence)함을 보이시오. 또한, $\lim_{n\to\infty}\int_0^1 f_n(x)dx$의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오. [4점]

[정 답] $\lim_{n\to\infty}\int_0^1 f_n(x) = \ln(e-1)$.

[해 설]

(1) (ⅰ) $g_n(x) := \dfrac{x}{1+e^{nx}}\ (x \in [0, \infty))$이라할 때

$$|g_n(x) - 0| = \begin{cases} 0 & (x=0) \\ \leq \dfrac{x}{1+(nx)/1!} < \dfrac{x}{nx} = \dfrac{1}{n} & (0 < x < \infty) \end{cases}$$

$$\leq \frac{1}{n}\ (\forall x \in [0, \infty))$$

이므로 $\|g_n - 0\|_\infty \leq \dfrac{1}{n} \xrightarrow{n\uparrow\infty} 0$이 되어 $g_n \xrightarrow{\text{unif}} 0$.

(ⅱ) ㉠ $h_n(x) := x^n(e^{-nx} - e^{-(n+1)x})\ (x \in [0, \infty))$이라 할 때,

$$|h_n(x)| \leq |x^n e^{-nx}| + |x^n e^{-(n+1)x}|$$

$$\leq \frac{2x^n}{e^{nx}} \leq \frac{2x^n}{(nx)^n/n!}$$

$$= \frac{2n!}{n^n} =: M_n\ (x \in [0, \infty)).$$

㉡ $\sum_{n=1}^{\infty} M_n$: 수렴.

($\because$) $r = \lim_{n\to\infty}\dfrac{M_{n+1}}{M_n} = \lim_{n\to\infty}\dfrac{n^n}{(n+1)^n} = \lim_{n\to\infty}\dfrac{1}{(1+1/n)^n} = \dfrac{1}{e}$

< 1이므로 비판정법에 의해 $\sum_{n=1}^{\infty} M_n$는 수렴한다.

따라서 와이어스트라스 M-판정법에 의해 $\sum_{n=0}^{\infty} h_n(x)$는 $[0, \infty)$에서 균등수렴한다.

$\therefore$ ㉠, ㉡에 의해 $f_n(x) = g_n(x) + \sum_{k=0}^{n-1} h_k(x)$는 $[0, \infty)$에서 균등수렴한다.

(2) (ⅰ) $\lim_{n\to\infty} f_n(x) = \lim_{n\to\infty} g_n(x) + \sum_{n=0}^{\infty} h_n(x)$

$$= 0 + \sum_{n=0}^{\infty}(1-e^{-x})(xe^{-x})^n$$

$$= 0 + \frac{1-e^{-x}}{1-xe^{-x}}$$

$$= \frac{e^x-1}{e^x-x} = \frac{(e^x-x)'}{e^x-x}.$$

(ⅱ) f_n은 $[0,1]$에서 균등수렴하므로

$$\lim_{n\to\infty}\int_0^1 f_n(x) = \int_0^1 \lim_{n\to\infty} f_n(x)$$

$$= \int_0^1 \frac{(e^x-x)'}{e^x-x}dx = \ln(e-1).$$

B11	단원 / 영역	복소해석학 / 루빌정리
	평가내용 요소	코쉬-리만의 정리, 루빌정리

실수값을 갖는 두 함수 $u(x,y)$, $v(x,y)$와 복소수 $z = x+iy$ (x, y는 실수)에 대하여 복소함수

$$f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$$

는 정함수(전해석함수, entire function)이다. $\overline{f(\overline{z})}$가 정함수임을 보이시오. 또한 $f'(i) = \pi$, $f(-i) = 1$이고 모든 실수 x, y에 대하여

$$\frac{\partial u}{\partial x}(x,y)\frac{\partial v}{\partial y}(x,y) - \frac{\partial u}{\partial y}(x,y)\frac{\partial v}{\partial x}(x,y)$$
$$> (u(x,-y))^2 + (v(x,-y))^2$$

일 때, $\dfrac{f'(1-i)}{f(1+i)}$의 값을 풀이 과정과 함께 쓰시오.

(단, $\overline{z}$는 z의 켤레복소수이다.) [4점]

[정 답] $\dfrac{f'(1-i)}{f(1+i)} = \pi$.

[해 설] (1) $g(x,y) = \overline{f(\overline{z})}$

$$= u(x,-y) + i(-v(x,-y))$$

$$=: \alpha(x,y) + i\beta(x,y)$$

이라 두자. 그러면

(ⅰ) α, β는 복소평면전체에서 C^1-함수이다.

(ⅱ) ㉠ f는 정함수이므로 복소평면전체에서 $u_x = v_y$, $v_x = -u_y$.

㉡ $\alpha_x = u_x(x,-y)$, $\alpha_y = -u_y(x,-y)$, $\beta_x = -v_x(x,-y)$, $\beta_y = v_y(x,-y)$이므로 $\alpha_x = \beta_y$, $\beta_x = -\alpha_y$.

그러므로 코쉬-리만의 정리에 의해 g는 정함수이다.

(2) 가정에 의해

$$u(\overline{z})^2 + v(\overline{z})^2 \left(= \left|\overline{f(\overline{z})}\right|^2\right) < u_x(z)v_y(z) - u_y(z)v_x(z)$$

$(\forall z \in \mathbb{C})$

$\Rightarrow$ 코쉬-리만 조건 $u_x = v_y$, $v_x = -u_y$을 이용하여 정리하면

$$(0 \le)\left|\overline{f(\overline{z})}\right|^2 < u_x(z)v_y(z) - u_y(z)v_x(z)$$

$$= u_x(z)^2 + v_x(z)^2$$

$$= |f'(z)|^2 (\forall z \in \mathbb{C})$$

$\Rightarrow 0 \le \left|\overline{f(\overline{z})}\right|^2 < |f'(z)|^2 (\forall z \in \mathbb{C})$

$\Rightarrow 0 < |f'(z)|$, $\left|\dfrac{\overline{f(\overline{z})}}{f'(z)}\right| < 1 (\forall z \in \mathbb{C})$.

따라서 $\dfrac{\overline{f(\overline{z})}}{f'(z)}$는 유계정함수이므로 상수함수이다.(($\because$) 루빌의 정리). 그러므로 $\dfrac{\overline{f(\overline{z})}}{f'(z)} = \dfrac{\overline{f(-i)}}{f'(i)} = \dfrac{1}{\pi} (\forall z \in \mathbb{C})$.

$$\therefore \frac{f'(1-i)}{f(1+i)} = \frac{1}{\dfrac{\overline{f(\overline{z})}}{f'(z)}} = \pi.$$

5-4 32년간 분야별출제표

I. 실해석학 출제분포표

실해석학 출제년도(내용)	
실수계의 공리	04년(아르키메데스의 원리, 유리수의 조밀성)
수열극한	99년(조임정리), 03년(단조수렴정리), 06년(조임정리), 08년(조임정리, 비교극한정리), 18년(단조수렴정리, 점화식으로 주어진 수열)
수열의 수렴성	08년모의(수열의 수렴성), 08년(부분수열판), 09년(볼자노 와이어스트라스 정리), 12년(코쉬수열과 유계, 부분수열판, 볼자노 와이어스트라스 정리), 13년(볼자노 와이어스트라스 정리), 16년(볼자노 와이어스트라스 정리), 19년(볼자노 와이어스트라스 정리)
상하극한	
함수의 극한	04년(함수 극한의 조임정리), 17년(함수 극한의 조임정리), 21년(함수 극한의 계산)
연속성	92년(연속의 수열판정법), 99년(연속성과 수열의 극한), 00년(거리함수와 연속), 03년(연속성), 07년(연속함수의 성질), 08년모의(연속성), 08년(연속성), 10년(코쉬수열과 연속성, 역함수의 연속), 12년(중간값 정리), 20년(중간값 정리)
균등연속성	09년(균등연속성), 11년(코쉬수열과 균등연속), 12년(연속확장정리), 16년(균등연속성), 17년(균등연속성)
미분가능성	92년(역함수와 미분, 쌍곡함수), 04년(미분가능성), 09년(미분가능성), 10년(미분가능성), 11년(도함수의 연속, 역함수의 미분가능성), 12년(도함수의 연속), 19년(미분가능성), 20년(롤의 정리), 22년(역함수의 미분)
평균값정리, 함수의 증감	92년(로피탈 정리, 함수의 최대·소, 극대·소), 93년(로피탈정리), 94년(함수의 최대·소, 극대·소), 96년모의(평균값정리), 97년(함수의 단조감소), 05년(적분에 관한 평균값 정리, 평균값 정리), 08년(다르부정리), 09년(단조함수, 로피탈정리), 11년(단조함수), 12년(평균값정리, 다르부정리, 단조함수), 13년(함수의 최대·소), 15년(평균값정리), 16년(평균값정리), 17년(미분가능성)
함수의 볼록성	92년(함수의 볼록성)
리만적분, 미적기	92년(구분구적법, 미적기), 94년(부분적분, 치환적분), 01년(리만적분의 정의), 03년(리만적분가능성), 06년(리만스틸체스적분), 07년(미적기), 08년모의(구분구적법, 미적기), 08년(리만적분가능성), 10년(미적기), 11년(미적기, 리만적분가능성), 13년(부분적분), 14년(리만적분의 정의)
특이적분	98년추가(특이적분), 11년(특이적분), 12년(특이적분의 수렴, 비교판, 극한비교판), 15년(특이적분의 수렴), 22년(특이적분)
극좌표와 매개곡선	92년(극좌표, 영역의 넓이), 93년(곡선의 길이), 93년(영역의 넓이), 14년(접선의 기울기)
절대수렴, 조건수렴	12년(절대수렴)
급수의 수렴판정법	92년(p급수판, 극한비교판, 적분판, 근판), 97년(적분판), 04년(비판), 06년(교대급수판), 10년(비교판, p급수판, 교대급수판, 비판), 11년(급수의 수렴성), 12년(일반항판정법, 극한비교판), 17년(p급수판, 비교판), 21년(p급수판), 23년(라베판, 극한비교판)
함수열과 균등수렴	94년(와이어스트라스 다항식 근사정리), 95년(함수열의 균등수렴), 98년(와이어스트라스 다항식 근사정리), 01년(점별수렴과 균등수렴), 02년(함수항급수의 균등수렴성과 리만적분), 05년(균등수렴과 연속성), 08년모의(균등수렴과 적분), 08년(함수항급수의 균등수렴과 연속), 09년(균등수렴과 미분, 적분), 10년(균등수렴과 연속성, 적분), 11년(균등수렴, 균등연속), 12년(함수열의 균등수렴과 미분, 적분), 15년(함수항급수의 균등수렴과 미분), 16년(함수열의 균등수렴), 17년(함수열의 극한과 적분, 함수항급수의 균등수렴과 미분), 18년(함수열의 균등수렴과 연속에 관한 성질), 19년(균등수렴과 적분, $\Vert\cdot\Vert_\infty$), 20년(함수항급수의 균등수렴과 적분, W-M판), 21년(함수항급수의 균등수렴과 적분), 22년(함수항급수의 균등수렴성), 23년(적분과 균등수렴, 비판정법, 와이어스트라스 M-판정법)
테일러급수, 멱급수	92년(테일러 급수전개, 멱급수 수렴반경), 02년(테일러 급수, 해석적 함수), 06년(테일러 정리), 07년(매클로린 급수), 08년모의(매클로린 급수), 10년(멱급수 수렴반경), 11년(멱급수 수렴반경), 13년(멱급수 수렴구간), 16년(테일러 정리), 19년(테일러 정리), 21년(테일러 정리, 무한등비급수, 뉴튼이항정리)
다변수미분	16년(내부극값정리), 18년(다변수함수의 연속성), 23년(다변수함수의 미분)
다변수적분	08년모의(중적분), 08년(그린정리), 09년(구면좌표변환), 10년(이중적분), 13년(다중적분, 푸비니 정리), 14년(그린정리, 극좌표변환), 15년(선적분, 그린정리, 이중적분), 16년(이중적분), 17년(일반변수변환), 18년(이중적분, 일반변수변환), 19년(영역의 넓이, 그린정리), 20년(이중적분, 극좌표변환), 21년(이중적분, 극좌표변환), 22년(극좌표변환, 주면좌표변환), 23년(다변수함수의 적분)

실해석학 (총 문항 수 : 113.5)

출제년도	92	93	94	95	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	계
실수계의 공리													●																				1
수열극한								●				●			●		●																4
수열의 수렴성																	●	●			●	●			●		●	●					7
상하극한																																	0
함수의 극한													●													●				●			3
연속성	●							●	●			●				●	●		●		●								●				9
균등연속성																		●		●	●												3
미분가능성	●												●					●	●	●	●							●	●		●		8.5
평균값정리, 함수의 증감	●	●	●		●	●								●			●		●	●		●	●										11
함수의 볼록성	●																																1
리만적분, 미적기	●		●							●		●			●	●	●		●	●		●	●										11
특이적분							●													●	●			●							●		4.5
극좌표와 매개곡선	●	●																					●										3
절대수렴, 조건수렴																					●												1
급수의 수렴판정법	●					●							●		●				●	●	●					●						●	9
함수열과 균등수렴			●	●			●			●	●			●			●	●	●	●	●			●	●	●	●			●	●	●	18
테일러급수, 멱급수	●										●				●	●	●		●	●		●			●			●	●	●			12
다변수미분																									●		●			●		●	3.5
다변수적분																		●	●	●		●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	13.5
총 문항수	11	3	5	1	1	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3	3	6	6	6	6	6	5	3	5	4	4	4	3.5	3	3	3	3	113.5

2. 복소해석학 출제분포표

복소해석학 출제년도(내용)	
복소수열의 극한	92년(극형식, 편각), 94년(드무아브르의 정리), 95년(편각, 내부극값정리), 20년(복소수의 절댓값), 21년(공액복소수)
복소함수의 극한과 연속	
초등함수	
복소함수의 미분과 해석함수	08년(해석성), 15년(기함수 급수표현의 유일성), 21년(복소함수의 미분 공식)
코쉬-리만 방정식	04년(코쉬리만 방정식), 08년(코쉬리만 방정식), 10년(코쉬리만 방정식), 12년(코쉬리만 방정식), 18년(코쉬리만 정리), 21년(코쉬리만 정리), 23년(루빌의 정리)
조화함수	97년(조화함수), 16년(조화함수), 21년(조화공액함수)
복소선적분의 정의	93년(복소선적분의 정의)
그린정리와 코쉬-구루사	02년(그린의 정리), 09년(코시구르사의 정리), 10년(코시구르사의 정리), 18년(그린정리)
코쉬적분공식	11년(코시적분공식), 15년(코시적분공식)
코쉬부등식	03년(코시부등식), 08년(코시부등식), 11년(ML부등식), 14년(ML부등식)
루빌의 정리	98년(루빌의 정리), 01년(루빌의 정리), 03년(루빌의 정리), 17년(루빌의 정리), 19년(루빌의 정리), 23년(루빌의 정리)
최대최소절댓값정리	05년(최대절댓값정리), 09년(최대절댓값정리), 16년(최대절댓값정리), 18년(가우스 평균값정리), 22년(가우스 평균값정리)
편각원리	07년(Rouche정리), 11년(편각의 원리), 20년(일반화된 편각의 원리), 22년(Rouche정리)
급수의 수렴, 판정법	
함수열, 함수항급수의 점별수렴, 균등수렴	
테일러정리, 로랑정리	08년(모레라정리), 09년(테일러정리), 11년(테일러정리, 모레라정리), 16년(로랑정리), 19년(테일러정리)
유수의 정의, 특이점 분류	94년(진성특이점의 유수), 96년(특이점의 분류), 98년(위수 k인 극), 06년(단순극일 때 유수값), 08년(진성특이점의 유수), 09년(진성특이점의 유수), 12년(카소라티 바이어스트라스의 정리), 16년(제거가능특이점, 리만정리), 23년(선적분의 정의, 단순극의 유수)
유수계산, 유수정리	95년(유수정리), 96년(유수정리), 00년(유수정리), 09년(단순극 유수정리), 10년(유수정리), 11년(유수정리), 13년(선형사상 핵의 의미, 일차독립, 유수정리), 14년(유수정리, 조르단의 부등식), 19년(유수정리), 20년(유수정리), 21년(유수정리, 단순극의 유수계산), 22년(유수정리)
등각사상의 기본성질	
일차분수변환	17년(선형분수변환의 계수)

복소해석학 (총 문항 수 : 46.5)																																	
출제년도	92	93	94	95	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	계
복소수열의 극한	●		●	●																									●	●			5
복소함수의 극한과 연속																																	
초등함수																																	
복소함수의 미분과 해석함수																	●							●						●			3
코쉬-리만 방정식													●				●		●		●						●			●		●	6.5
조화함수						●																			●					●			3
복소선적분의 정의		●																															1
그린정리와 코쉬-구루사											●							●	●								●						4
코쉬적분공식																				●				●									2
코쉬부등식												●					●						●										3
루빌의 정리							●			●		●														●		●				●	5.5
최대최소절댓값정리														●				●							●		●				●		5
편각원리															●					●									●		●		3.5
급수의 수렴, 판정법																																	
함수열, 함수항급수의 점별수렴, 균등수렴																																	
테일러정리, 로랑정리																		●		●					●			●					4
유수의 정의, 특이점 분류			●		●		●										●		●		●				●								7
유수계산, 유수정리				●	●				●						●			●	●	●		●	●					●	●	●	●	●	13.5
등각사상의 기본성질																																	
일차분수변환																										●							1
총 문항수	1	1	2	2	1	1	1		1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1	2	2	2	2.5	2	2	2	2	46.5

3. 위상수학 출제분포표

위상수학 출제년도(내용)	
위상공간, 부분공간	09년(개집합), 17년(개집합), 18년(여유한 위상, 부분공간)
근방, 직접점, 폐포	93년(폐포), 97년(폐포), 98년추가(도집합), 01년(폐포), 03년(도집합), 06년(폐포), 07년(도집합, 폐포, 조밀부분집합), 08년(근방), 09년(조밀부분집합), 10년(폐포, 조밀성), 11년(폐포), 12년(조밀성), 13년(폐포), 14년(도집합), 15년(폐포), 16년(폐포), 17년(도집합), 19년(폐포), 21년(최소 개근방)
내점, 외점, 경계점	06년(경계), 07년(내부, 경계), 08년모의(내부, 외부, 경계), 10년(내부), 11년(내부), 12년(내부), 13년(내부, 경계), 15년(내부, 경계), 18년(경계), 19년(내부)
기저, 부분기저, 국소기저	03년(부분기저), 14년(위상의 기저), 19년(부분기저)
연속사상	94년(연속성), 01년(연속성), 05년(연속사상), 08년(연속성), 09년(연속사상), 10년(연속사상), 12년(연속사상), 13년(연속성)
위상동형사상	96년(위상동형), 00년(위상동형사상의 정의, 개수)
개사상, 폐사상	05년(개사상, 폐사상)
적공간	10년(적공간), 12년(적공간), 13년(적공간), 15년(적공간)
상공간	95년(상공간), 04년(상위상), 08년모의(약위상, 유도위상), 08년(동치류), 09년(상위상), 10년(상위상), 11년(유도위상의 내점, 경계, 집적점), 12년(유도위상), 13년(유도위상), 20년(표준사상에 의한 상위상공간)
거리공간	98년(거리공간), 16년(거리위상), 19년(거리공간, 개구), 22년(거리공간, 개구)
점열과 수렴성	96년(점열의 극한), 21년(점열의 수렴성)
가산공리	09년(가분공간), 11년(가분공간)
분리공리	02년(T_2-공간), 06년(완전정칙공간), 09년(T_1-공간), 11년(정규공간), 20년(T_1-공간), 21년(정규공간)
컴팩트성	94년(컴팩트, 하이네보렐정리), 95년(컴팩트), 02년(컴팩트집합), 05년(컴팩트), 08년(컴팩트), 09년(컴팩트), 11년(컴팩트), 12년(컴팩트), 13년(컴팩트), 16년(컴팩트), 18년(컴팩트), 22년(컴팩트), 23년(컴팩트)
연결공간	96년(연결성), 04년(연결집합), 08년모의(연결성), 08년(성분), 10년(연결공간), 12년(연결공간, 성분, 분리), 14년(연결성분의 개수), 19년(연결성분), 20년(연결성), 23년(연결집합)
집합	08년모의(집합의 연산), 09년(집합의 연산), 10년(함수와 집합), 11년(동치관계), 12년(가산집합, 상집합)

위상수학 (총 문항 수 : 56)																																	
출제년도	92	93	94	95	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	계
위상공간, 부분공간																		●								●	●						3
근방, 직접점, 폐포		●				●	●			●		●			●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●	●		●		●			19
내점, 외점, 경계점															●	●	●		●	●	●	●		●			●	●					10
기저, 부분기저, 국소기저												●											●					●					3
연속사상			●							●				●			●	●	●		●	●											8
위상동형사상					●				●																								2
개사상, 폐사상														●																			1
적공간																			●		●	●		●									4
상공간				●									●				●	●	●	●	●	●							●				9
거리공간							●																		●			●			●		4
점열과 수렴성					●																									●			2
가산공리																		●		●													3
분리공리											●				●			●		●									●	●			6
컴팩트성			●	●							●			●			●	●		●	●	●			●						●	●	11.5
연결공간					●								●				●		●		●		●					●	●			●	8.5
집합																	●	●	●	●	●												5
총 문항수		1	2	1	1	1	1		1	1	1	1	2	2	2	2	4	4	4	4	4	3	2	1	1	1	1	2	2	1	2	1	56

4. 정수론 출제분포표

	정수론 출제년도(내용)
일차 디오판투스 방정식	92년(미지수 2개인 디오판투스 방정식), 07년(미지수 3개인 디오판투스 방정식), 08년모의(유클리드 호제법), 09년(디오판투스 방정식)
페르마 소수, 메르센 소수	08년(페르마 소수, 메르센 소수)
정수의 여러 표현	04년(오일러 ϕ함수), 08년(25진법, 5진법), 18년(오일러 ϕ함수)
합동식	06년(합동방정식의 일반해), 09년(합동식), 11년(점화식형태의 합동식)
페르마, 오일러 정리	92년(페르마 소정리), 95년(페르마 소정리), 03년(페르마 소정리), 10년(페르마 소정리), 11년(페르마 소정리), 13년(오일러의 정리), 18년(오일러의 정리), 19년(페르마 소정리), 21년(페르마 소정리)
라그랑지, 윌슨정리	94년(윌슨정리), 10년(윌슨정리)
중국인 나머지 정리	02년(중국인의 나머지 정리), 04년(환 준동형사상, 핵), 05년(중국인의 나머지 정리), 14년(중국인의 나머지 정리), 19년(중국인의 나머지 정리), 21년(중국인의 나머지 정리)
법 n에 관한 합동식의 해법	02년, 03년, 05년, 06년, 09년, 10년, 11년, 12년, 14년, 17년, 18년, 19년, 20년, 21년
위수	08년모의(위수), 09년(위수), 11년(위수), 23년(위수)
원시근	01년(법11에 관한 원시근), 08년(원시근), 09년(원시근), 11년(원시근), 12년(원시근), 15년(원시근), 17년(원시근), 23년(원시근)
이산로그	08년(이산로그), 15년(원시근), 20년(이산로그, 포함배제의 원리)
이차잉여류 르장드르기호	03년(이차잉여), 09년(르장드르 기호), 10년(이차잉여류, 르장드르 기호), 12년(이차잉여류, 르장드르 기호), 16년(이차잉여류, 르장드르 기호), 22년(이차잉여류, 르장드르 기호)
쟈코비기호	
연분수	

정수론 (총 문항 수 : 35)																																	
출제년도	92	93	94	95	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	계
일차 디오판투스 방정식	●															●	●	●															4
페르마 소수, 메르센 소수																	●																1
정수의 여러 표현													●				●										●						3
합동식															●			●		●							●	●		●			6
페르마, 오일러 정리	●			●								●							●	●		●						●		●			8
라그랑지, 윌슨정리			●																●														2
중국인 나머지 정리											●		●	●									●					●		●			6
법 n에 관한 합동식의 해법											●	●		●			●	●		●	●		●			●	●	●	●	●			13
위수																	●	●		●												●	3.5
원시근										●							●	●		●	●			●		●						●	7.5
이산로그																	●							●					●				3
이차잉여류 르장드르기호												●						●	●		●										●		5
쟈코비기호																																	
연분수																																	
총 문항수	2	1	1	2						1	1	1	2	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	35

5. 현대대수학 출제분포표

	현대대수학 출제년도(내용)
군과 부분군	92년(군의 정의), 93년(역원), 95년(군, 환, 체, 벡터공간의 성질), 98년(원소의 위수), 99년(가환군), 08년모의(부분군, 위수), 09년(유한군의 부분군), 10년(원소의 위수), 13년(부분군의 개수, 원소의 위수), 14년(원소의 위수), 16년(부분군의 위수), 18년(유한군의 위수), 19년(원소의 위수), 20년(원소의 위수, 부분군의 개수)
순환군	94년(순환군, 생성원), 08년모의(순환군, 생성원), 10년(순환군), 11년(순환군), 13년(순환군), 17년(순환군), 19년(순환군), 21년(순환군의 생성원, 원시근), 23년(순환군의 생성원개수)
잉여류와 라그랑지정리	00년(잘 정의된 연산, 정규부분군, 상군), 05년(사원수군, 정규부분군), 09년(정규부분군, 단순군, 잉여군), 10년(정규부분군), 12년(잉여군), 14년(상군), 15년(잉여군), 16년(정규부분군), 18년(정규부분군), 23년(상군)
군준동형사상, 군동형사상	94년(체의 동형), 98년모의(군준동형사상, 정규부분군), 03년(군동형사상, 순환군), 11년(군준동형사상의 핵), 12년(군 준동형사상), 15년(군준동형사상 핵의 위수)
치환군	06년(정이면체군, 대칭군), 08년모의(치환군), 19년(대칭군)
직적과 유한생성가환군	08년(유한생성가환군의 기본정리), 11년(유한생성가환군의 기본정리), 12년(유한생성가환군의 기본정리), 17년(직적군)
실로우정리	09년(제1실로우 정리, 제3실로우 정리), 18년(제1실로우 정리), 23년(제3 실로우 정리)
환준동형사상, 환동형사상	05년(환준동형사상, 제1동형정리), 08년(대입준동형사상, 제1동형정리, 환동형사상), 10년(환준동형사상), 11년(대입준동형사상), 12년(환준동형사상, 동형정리), 17년(제3동형정리, 대응정리), 19년(대입준동형사상), 21년(제1동형정리, 단원의 개수)
환의 표수	12년(환의 표수, 영인자, 단원), 16년(환의 표수)
아이디얼, 잉여환	97년(멱영원, 아이디얼), 08년(아이디얼), 09년(정수환의 아이디얼), 10년(아이디얼, 잉여환), 16년(잉여환, 직적), 18년(잉여환, 단원), 19년(잉여환), 23년(상환의 표수, 다항식의 기약성)
극대아이디얼, 소아이디얼	95년(극대아이디얼, 소아이디얼), 02년(극대아이디얼) 08년모의(극대아이디얼, 극대아이디얼과 소아디이얼), 08년(소아디얼), 09년(정수환의 극대아이디얼), 11년(극대아이디얼), 17년(극대아이디얼의 개수)
다항식환 인수분해	93년(다항식환), 94년(다항식의 해), 95년(다항식환, 유한체), 02년(다항식환), 07년(다항식환), 08년(다항식환), 10년(다항식환), 12년(다항식환의 기약다항식), 13년(다항식환의 기약다항식), 23년(다항식환, 기약다항식)
주아이디얼정역	99년추가(주아이디얼정역의 정의), 99년(유한정역이면 체), 07년(다항식환의 주아이디얼), 10년(다항식환의 주아이디얼), 11년(주아디얼정역, 단원)
유일분해정역	09년(정수환)
유클리드정역	11년(ED는 PID), 22년(유클리드정역, 상환의 표수)
가우스정수 곱셈적노름	08년(가우스정수환, 분수체, 역원), 11년(가우스정수환)
대수적확대체	99년추가(체 위의 유한확대체이면 대수적확대체), 01년(확대체와 기약다항식, 크로네커 정리), 04년(대수적 확대체의 차수), 07년(단순확대체에서의 역원), 08년(대수적 확대체), 09년(단순확대체, 확대체의 차수), 15년(단순확대체, 기약다항식), 18년(확대체의 차수, 기약다항식)
기하적작도	95년(작도가능성), 98년(3대작도블능문제)
갈로아확대체, 유한체	06년(위수 9인 체), 08년모의(유한체의 구성), 08년(분해체, 분리확대체), 10년(유한체), 11년(유한체, 기약다항식), 12년(유한체), 13년(분해체), 14년(분해체), 20년(다항식의 분해체, 기약다항식의 계산)
갈로아군, 갈로아이론	08년(갈로아이론), 10년(갈로아이론), 13년(갈로아이론의 기본정리), 14년(갈로아이론의 기본정리), 15년(갈로아이론의 기본정리, 갈로아확대체의 위수, 부분체), 16년(갈로아이론의 기본정리, 갈로아군, 자기동형사상), 17년(영분해갈, 갈로아이론의 기본정리), 18년(갈로아 이론의 기본정리), 19년(갈로아이론, 원분다항식), 21년(영분해갈, 갈로아이론의 기본정리, 원분확대체의 차수), 22년(갈로아군, 원분다항식), 23년(갈루아이론의 기본정리)

현대대수학(총 문항 수 : 74)																																
출제년도	92	93	94	95	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	계
군과 부분군	●	●		●			●	●									●	●	●			●	●		●		●	●	●				14
순환군			●														●		●			●				●		●		●		●	7.5
잉여류와 라그랑지정리									●					●				●	●		●		●	●	●		●					●	9.5
군준동형사상, 군동형사상			●				●					●								●	●			●									6
치환군															●		●											●					3
직적과 유한생성가환군																	●			●	●					●							4
실로우정리																		●									●					●	2.5
환준동형사상, 환동형사상														●			●		●	●	●					●		●		●			8
환의 표수																					●				●								2
아이디얼, 잉여환						●											●	●	●						●			●				●	6.5
극대아이디얼, 소아이디얼		●	●	●							●					●	●		●	●	●					●							10
다항식환 인수분해		●	●	●							●					●	●		●		●				●							●	9.5
주아이디얼정역								●								●			●	●													4
유일분해정역																		●															1
유클리드정역																				●											●		2
가우스정수 곱셈적노름																	●			●													2
대수적확대체								●		●			●			●	●							●			●						7
기하적작도		●				●																											2
갈로아확대체 유한체															●		●		●	●	●	●	●						●				8
갈로아군, 갈로아이론																	●		●			●	●	●	●	●	●	●		●	●	●	11.5
총 문항수	1	2	2	3	1	1	1	2	1	1	1	1	1	2	2	2	4	4	4	4	4	3	2	3	3	3	3	3	2	3	2	3	74

6. 선형대수학 출제분포표

선형대수학 출제년도(내용)	
행렬식	92년(제차 연립방정식, 행렬의 연산), 09년(수반행렬), 10년(전치행렬, 수반행렬), 16년(행렬식)
벡터공간	92년(일차종속), 02년(직합), 08년(정사영), 09년(부분공간, 직합), 12년(일차독립, 부분공간), 17년(일차독립), 21년(일차독립)
차원과 계수	92년(차원과 기저), 93년(차원과 기저), 94년($U \cap V$의 차원), 09년(핵의 차원), 11년(벡터공간의 차원, 기저), 18년(계수)
연립일차방정식	
내적공간	92년(내적), 08년모의(유클리드 내적)
정규직교기저	11년(직교정사영), 12년(직교정사영), 16년(정규직교기저)
선형변환	93년(선형변환의 행렬표현), 94년(선형변환의 표현행렬), 96년모의(선형변환의 계수, 상의 차원), 00년(선형변환), 01년(동형사상), 04년(선형변환의 핵과 상의 차원), 05년(선형변환), 07년(선형변환), 09년(정칙선형사상), 10년(선형변환의 행렬), 11년(선형변환상의 차원), 12년(상의 차원), 12년(상의 차원), 13년(회전변환), 14년(일차변환, 고유다항식), 15년(선형변환의 행렬, 유클리드 내적), 18년(선형변환의 행렬표현), 19년(선형변환의 행렬표현)
고윳값과 고유벡터	94년(서로 닮은 행렬, 고윳값), 96년(선형변환의 고윳값), 03년(고윳값과 고유공간), 08년(행렬식, 자취, 계수, 대칭행렬), 09년(고유다항식, 고윳값), 17년(고윳값, 행렬식), 19년(고윳값, 고유벡터), 20년(고윳값, 고유벡터), 21년(고윳값, 고유벡터), 23년(고윳값, 고윳벡터)
불변직선, 불변평면	
대각화	98년(대각화), 99년(행렬의 거듭제곱의 계산), 06년(대각화가능), 08년모의(대각화), 10년(대각화가능), 20년(대각화, 행렬의 거듭제곱의 계산), 21년(행렬의 대각화), 22년(대각화 가능성)
이차형식	

선형대수학 (총 문항 수 : 41)																																	
출제년도	92	93	94	95	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	계
행렬식	●																	●	●						●	●							4
벡터공간	●										●						●	●			●									●			6
차원과 계수	●	●	●															●		●							●						6
연립일차방정식																																	
내적공간	●																																1
정규직교기저																				●	●				●								3
선형변환		●	●		●				●	●		●	●	●		●		●	●	●	●	●	●	●			●	●					18
고윳값과 고유벡터			●		●												●	●								●		●	●	●		●	9
불변직선, 불변평면																																	
대각화							●	●							●		●		●										●	●	●		8
이차형식																																	
총 문항수	4	2	3		1		1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	42

7. 미분기하학 출제분포표

미분기하학 출제년도(내용)	
곡선의 매개화	00년(단위속력벡터), 08년모의(호장에 의한 재매개화), 10년(곡선의 길이), 15년(곡선의길이), 16년(곡선의길이), 23년(곡선의 접선)
곡선의 백터장	
방향과 가위적	03년(곡선과 평면의 사잇각)
미분량의 정의, 계산	93년(곡률), 95년(열률), 99년(법곡률), 00년(곡률,곡률반경), 01년(열률), 02년(곡률, 열률), 04년(곡률, 주법선벡터), 06년(접촉평면의 방정식), 08년(곡률, 열률), 13년(Frenet-Serret 공식, 곡선의 곡률과 열률), 14년(곡률, 열률), 15년(Frenet-Serret 공식), 16년(Frenet-Serret 공식, 곡률), 17년(Frenet-Serret 공식), 18년(임의 속력 곡선의 곡률, 열률), 19년(임의 속력 곡선의 열률), 20년(곡률, 열률), 21년(곡선의 미분량 계산, Frenet-Serret 공식), 23년(곡률)
등장사상, 곡선의 기본정리	12년(두 곡선의 곡률과 열률), 14년(곡선의 합동)
미분량과 곡선의 기하학적성질	11년(직선, 평면, 원), 20년(미분량과 곡선의 기하학적 성질), 22년(곡률중심, 곡률반경)
접벡터와 공변미분	
곡면의 매개화	04년(곡면의 넓이), 05년(접평면, 교선의 방정식), 07년(법벡터, 정사영), 09년(접평면), 12년(원환면), 16년(원의 매개변수표현), 18년(곡면의 매개화), 19년(접평면의 방정식), 20년(법단면)
제1,2기본형식	18년(제1, 2기본계수), 19년(제1, 2 기본계수)
미분량의 정의, 계산	08년모의(법곡률, 오일러공식). 09년(측지곡률), 12년(원환면의 법곡률), 14년(가우스곡률, 평균곡률, 오일러공식, 법곡률, 주곡률), 15년(주곡률), 16년(측지곡률), 17년(주곡률, 법곡률, 오일러공식), 18년(가우스곡률), 19년(평균곡률), 21년(주곡률, 가우스곡률, 오일러 공식), 22년(측지곡률과 법곡률)
미분량과 곡면의 기하학적성질	10년(회전면, 가우스곡률, 거리동형), 11년(등거리사상, 가우스곡률, 평균곡률), 23년(가우스 곡률과 측지곡률)
컴팩트곡면 가향곡면	98년(폐곡면, 가우스곡률)
측지선, 주곡선, 점근곡선	08년(선직면의 주곡선, 점근곡선, 측지삼각형), 15년(측지선), 20년(모선의 측지곡률)
가우스-보네정리	96년모의(타원면의 $\iint_E K\,dA$구하기), 96년(토러스의 가우스곡률), 08년(선직면), 13년($\int_{\partial S}\kappa_g ds$), 20년(외곽에 대한 가우스 보네 정리), 23년(외각에 대한 가우스 보네 정리)

미분기하학 (총 문항 수 : 46)																																	
출제년도	92	93	94	95	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	계
곡선의 매개화									●								●		●					●	●							●	5.5
곡선의 백터장																																	0
방향과 가위적												●												●									2
미분량의 정의, 계산		●		●				●	●	●	●		●		●		●					●	●		●	●	●	●	●	●		●	17.5
등장사상, 곡선의 기본정리																					●		●										2
미분량과 곡선의 기하학적성질																				●									●		●		3
접벡터와 공변미분																																	0
곡면의 매개화													●	●		●		●			●				●		●	●	●				9
제1,2기본형식																											●	●					2
미분량의 정의, 계산																	●	●			●		●	●	●	●	●	●		●	●		11
미분량과 곡면의 기하학적성질																			●	●						●						●	3.5
컴팩트곡면 가향곡면							●																										1
측지선, 주곡선, 점근곡선																	●	●					●	●					●				5
가우스-보네정리					●												●					●							●			●	4.5
총 문항수		1		1	1		1	1	1	1	1	1	2	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	46

8. 이산수학 출제분포표

이산수학 출제년도(내용)	
합의법칙, 곱의 법칙	18년(합의 법칙과 곱의 법칙)
순열과 조합	99년(부정방정식 해의 개수), 05년(다중집합의 순열의 수), 08년모의(다중집합의 순열의 수), 08년(순열과 조합), 12년(부정방정식 해의 개수)
이항계수와 그 확장	93년(다항정리, 이항정리), 20년(뉴튼의 이항정리), 23년(뉴튼의 이항정리)
수의 분할, 집합의 분할	01년(집합의 분할), 03년(수의 분할)
포함배제원리	09년(포함배제의 원리), 10년(포함배제의 원리, 부정방정식 해의 개수)
비둘기집의 원리	
일반, 지수 생성함수	11년(지수생성함수), 13년(일반생성함수), 22년(일반생성함수), 23년(일반생성함수)
선형 동차 비동차점화식	93년(선형동차점화식, 특성근), 07년(선형비동차점화식, 특성근), 12년(선형동차점화식, 특성근), 15년(선형비동차점화식, 생성함수), 17년(선형동차점화식, 특성근), 19년(선형비동차점화식, 생성함수)
점화식의 활용	92년(점화식), 95년(알고리즘과 점화식)
그래프, 유향그래프	
부분그래프	
동형, 차수열	12년(그래프적, 단순그래프)
여러가지그래프	08년(연결 평면 그래프), 09년(단순 평면 그래프), 14년(평면그래프의 성질)
수형도	
오일러회로, 헤밀턴회로	
그래프 채색	04년(선형그래프의 채색 다항식), 08년모의(그래프 채색 다항식), 11년(그래프 채색수), 14년(그래프 채색수)
그래프와 행렬	02년(유향그래프의 인접행렬), 06년(그래프의 인접행렬), 10년(인접행렬, 근접행렬), 16년(그래프의 인접행렬), 21년(근접행렬, 인접행렬, 차수행렬, 경로의 수)

이산수학 (총 문항 수 : 35)																																	
출제년도	92	93	94	95	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	계
합의법칙, 곱의 법칙																											●						1
순열과 조합								●						●			●				●												4
이항계수와 그 확장		●																											●			●	2.5
수의 분할, 집합의 분할										●		●																					2
포함배제원리																		●	●														2
비둘기집의 원리																																	
일반, 지수 생성함수																				●		●									●	●	3.5
선형 동차 비동차점화식		●														●					●			●		●		●					6
점화식의 활용	●			●																													2
그래프, 유향그래프																																	
부분그래프																																	
동형, 차수열																					●												1
여러가지그래프													●					●					●										3
수형도																																	
오일러회로, 헤밀턴회로																																	
그래프 채색													●					●		●			●										4
그래프와 행렬											●				●				●						●					●			5
총 문항수	1	3		1				1		1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	35

9. 일반통계학 출제분포표

일반통계학 출제년도(내용)	
표본공간과 사건	95년(확률의 계산)
조건부확률	92년(조건부확률), 99년(조건부확률), 02년(조건부확률, 베이즈정리), 11년(조건부확률), 15년(조건부확률)
사건의 독립성	95년(확률의 성질, 독립)
확률변수와 확률분포	92년(확률밀도함수), 98년추가(이항분포와 정규분포), 00년(정규분포), 04년(연속균등분포), 16년(확률의 계산), 23년(포아송분포)
확률변수의 기댓값과 분산	94년(분산), 95년(확률밀도함수 분산, 적률생성함수), 96년(확률밀도함수 기댓값)), 07년(기댓값), 08년모의(확률변수와 기댓값), 09년(적률생성함수), 10년(표본평균), 14년(확률밀도함수, 확률의 계산), 21년(적률생성함수), , 23년(표본분산)
이산확률변수 예	11년(기하분포)
연속확률변수 예	05년(이항분포와 정규분포), 06년(이항분포 평균), 08년(이항분포의 정규근사, 대수법칙), 13년(이항분포의 정규근사), 14년(정규분포), 19년(균등분포, 누적분포함수), 21년(정규분포, 중심극한정리, 표준화), 23년(연속확률변수, 누적분포함수)
결합확률분포	93년(결합확률밀도함수), 94년(결합확률밀도함수), 01년(결합확률질량합수), 08년(결합확률밀도함수), 15년(결합확률밀도함수), 16년(결합확률밀도함수), 20년(중앙값, 누적분포함수, 확률밀도함수), 21년(결합확률질량함수, 주변확률질량함수), 22년(결합확률밀도함수)
기댓값과 공분산	92년(이항분포, $E(X-Y)^2$), 01년(공분산), 12년(확률밀도함수, $E[2/X]$), 16년(평균 $E(X+Y)$), 19년(연속확률변수의 기댓값)
확률변수의 독립성	01년(독립성)
독립인 확률변수의 합, 차	17년(결합확률분포, 표준정규분포), 20년(결합확률분포, 표준정규분포)
조건부분포	10년(조건부 확률함수), 21년(결합확률질량함수의 조건부 확률)
조건부 기댓값	11년(결합확률질량함수의 조건부기댓값), 13년(결합연속확률변수), 17년(이산확률변수)
모평균 구간추정	97년(모평균의 구간추정, 표본크기의 결정), 03년(구간추정), 08년모의(표본크기의 결정), 11년(표본크기의 결정), 18년(모평균의 신뢰구간)
모비율 구간추정	12년(신뢰구간), 22년(모비율의 신뢰구간)
가설검정 평균	93년(가설검증, 유의수준), 09년(가설검정)
가설검정 비율	

일반통계학 (총 문항 수 : 57.5)

출제년도	92	93	94	95	96	97	98	99	00	01	02	03	04	05	06	07	08	09	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	계
표본공간과 사건				●																													1
조건부확률	●							●			●									●				●									5
사건의 독립성				●																				●									2
확률변수와 확률분포	●						●		●				●												●							●	5.5
확률변수의 기댓값과 분산			●	●	●											●	●	●	●				●							●		●	9.5
이산확률변수 예																				●													1
연속확률변수 예														●	●		●					●	●					●		●		●	8
결합확률분포		●	●							●							●							●	●				●	●	●		9
기댓값과 공분산	●									●											●				●			●					5
확률변수의 독립성										●																							1
독립인 확률변수의 합, 차																										●			●				2
조건부분포																			●											●			2
조건부 기댓값																				●		●				●							3
모평균 구간추정						●						●					●			●							●						5
모비율 구간추정																					●										●		2
가설검정 평균		●																●															2
가설검정 비율																																	
총 문항수	3	2	2	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	4	2	2	2	2	2	2	2	1.5	2	2	2	2	57.5