

2020학년도 중등학교교사 임용후보자 선정경쟁시험 대비 실전 모의고사

수 학

제1차 시험	3 교시 전공 B	11문항 40점	시험 시간 90분
--------	-----------	----------	-----------

응시자 유의 사항

- 문제지 및 답안지의 전체 면수와 인쇄 상태를 확인하십시오.
◇ 답안지는 2면입니다.
- 답안지 모든 면의 상단에 성명과 수험 번호를 기재하고, 검은색 펜을 사용하여 수험 번호의 해당란을 '●'로 표기하십시오.
◇ '●'로 표기한 부분을 수정하고자 할 경우에는 반드시 수정 테이프를 사용해야 합니다.
- 답안의 초안 작성은 문제지 여백을 활용하십시오.
- 각각의 문항에 대한 답안은 해당 문항의 답안란에 작성하십시오.
◇ 답안지에는 문항 내용을 기재하지 않습니다.
- 답안은 지워지거나 번지지 않는 동일한 종류의 검은색 펜을 사용하여 작성하십시오.
◇ 연필이나 사인펜 종류는 사용할 수 없습니다.
- 답안을 작성할 때, 가로 선을 그어 답안란의 줄을 추가하거나 세로 선을 그어 답안란을 다단으로 구분할 수 있으니, 필요한 경우에 활용하십시오.
◇ 단, 가로 선과 세로 선은 해당 답안란 내에서만 활용할 수 있습니다.
- 답안을 수정할 때에는 반드시 두 줄(=)을 긋고 수정할 내용을 작성하십시오.
◇ 수정 테이프 또는 수정액을 사용하여 답안을 수정할 수 없습니다.
- 문항에 대한 답안 내용 이외의 것(답안의 특정 부분을 강조하기 위한 밑줄이나 기호 등)은 일절 표시하지 마십시오.
◇ 단, 일반적인 글쓰기 교정 부호는 사용이 가능합니다.
- 문항에서 요구하는 내용의 가짓수가 제한되어 있는 경우, 요구한 가짓수까지의 내용만 답안으로 작성하십시오.
◇ 첫 번째로 작성한 내용부터 문항에서 요구한 가짓수에 해당하는 내용까지만 순서대로 채점합니다.
- 다음에 해당하는 답안은 채점하지 않으니 유의하십시오.
◇ 다른 문항의 답안란에 작성한 부분(문항 번호를 임의로 수정하는 경우, 맞바뀔 작성한 부분을 화살표로 표시하는 경우 등 포함)
◇ 답안란 이외의 공간(옆면, 뒷면 등)에 작성한 부분
◇ 내용이 지워지거나 번지는 등 식별이 불가능한 부분
◇ 연필로 작성한 부분, 수정 테이프 또는 수정액을 사용하여 수정한 부분
◇ 개인 정보를 노출하거나 암시하는 표시(성명 및 수험번호 기재란 제외)가 있는 답안지 전체
- 답안지 교체가 필요한 경우에는 답안 작성 시간을 고려하십시오.
◇ 종료종이 울리면 답안을 일절 작성할 수 없으며, 답안지 교체 후에는 교체 전 답안지를 폐답안지로 처리합니다.
- 시험 종료 전까지 답안 작성을 완료하십시오.
◇ 시험 종료 후 답안 작성은 부정행위로 간주합니다.
- 답안을 작성하지 않은 빈 답안지에도 성명, 수험 번호를 기재·표기한 후, 답안지를 모두 제출하십시오.
- 위의 사항을 위반하여 작성한 답안은 채점 시 불이익을 받을 수 있으니 유의하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

2020학년도 중등학교교사 임용후보자 선정경쟁시험 대비 실전 모의고사

수 학

수험 번호 : ()

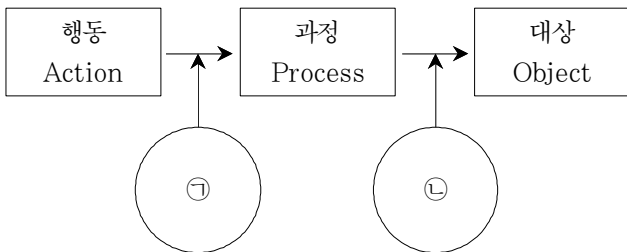
성 명 : ()

제1차 시험	3 교시 전공 B	11문항 40점	시험 시간 90분
--------	-----------	----------	-----------

- 문제지 전체 면수가 맞는지 확인하시오.
- 모든 문항에는 배점이 표시되어 있습니다.

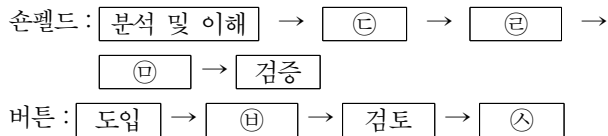
1. 다음을 읽고 각각 물음에 답하시오. [2점]

- (1) Apos이론은 Dubinsky에 의해 제안되었다. 이 이론의 핵심은 다음과 같다.



이 조직화되고 연결됨으로써 하나의 일관성 있는 구조가 되면 스키마가 된다. 여기서 ㉡에 해당하는 개념을 피아제의 반영적 추상화의 메커니즘에서 무엇이라고 하는 지 쓰시오.

- (2) 폴리아의 문제 해결 4단계 모델은 많은 학자들에 의해 수정, 보완되었다. 대표적으로 손펠드와 버튼은 다음과 같은 모델을 제시하였다.



손펠드는 폴리아의 문제 해결 4단계에 어느 단계를 추가 하였는지와 버튼은 폴리아의 문제 해결 4단계 중에서 어느 단계를 중시하고 있는지 쓰시오.

- (3) 라카토스에게 증명이란 본래의 추측을 부분추측인 보조 정리로 분해하여 비판과 반례에 대한 반박의 표적을 늘리고, 이로부터 추측을 개선하고, 개념을 생성하는 사고 실험인 동시에 발견적 도구이다. 라카토스는 반례를 통한 추측과 증명의 개선을 할 수 있게 되므로 증명 과정에서 반례의 역할을 중요하게 여기는 데, 과거의 연역적 추론의 역할을 반례가 대신하고 있다고 본다. 이와 같은 반례가 피아제의 이론에서는 어떤 역할을 하는지 쓰시오.
- (4) 도형의 여러 성질들 사이의 관계를 조직화하기 위해 여러 성질들 중에서 어떤 하나를 다른 것들을 이끌어내는 기본성질로 설정하는 과정과 자신의 수학적 실체로부터 부분적으로 조직화하는 경험을 통하여 조직화의 수단으로써 증명의 필요성을 인식하고 증명의 의미를 이해하는 프로이덴탈의 국소적 조직화 활동은 반 힐레의 기하학습 5수준에서 어느 수준에 해당하는지 쓰시오.

2. $ad - bc \neq 0$ 을 만족하는 복소수 $a, b, c, d \in \mathbb{C}$ 에 대하여 함수

$$f(z) = \frac{az + b}{cz + d}$$

를 선형분수변환(일차분수함수, linear fractional transformation) 또는 뫼비우스 변환(Möbius transformation)이라 한다. 다음 조건

$$f(0) = -\frac{6}{5}, f(-1) = -1, f\left(-\frac{5}{3}\right) = \infty$$

을 만족하는 선형분수변환에 대하여

$$f^3(0) = f \circ f \circ f(0)$$

을 구하시오. [2점]

3. 다음은 박 교사의 수업상황이다 지문을 읽고 물음에 답하시오.
[4점]

박 교사 : 여러분! 지난 시간에 제곱근에 대해서 배우고, 넓이가 1, 2, 3, 4, 5인 정사각형에서 한 변의 길이를 각각 구해오는 것이 숙제였습니다.

학생들 : 네! 선생님!

박 교사 : 숙제들은 다 잘했겠죠. 그렇다면 숙제를 발표하기 전에 우선 수에 대해서 각자의 의견을 발표해 보도록 합시다.

나영이 : 중학교 1학년때 수는 정수와 정수가 아닌 수로 나누어서 배웠고, 정수가 아닌 유리수는 기약분수 형태로 쓰도록 배웠습니다.

가영이 : $-\frac{1}{2}$, $+\frac{3}{4}$ 과 같이 분모, 분자가 자연수인 분수에 양의 부호를 붙인 수를 양의 유리수, 음의 부호를 붙인 수를 음의 유리수라고 배웠습니다.

박 교사 : 그렇죠. 모두들 잘 알고 있군요. 그런 수를 뭐라고 배웠죠?

다영이 : 네, 양의 유리수, 0, 음의 유리수를 통틀어 유리수라고 배웠습니다.

박 교사 : 모두들 잘 했습니다. 그럼, 숙제 해온 것을 발표해 볼까요? 누가 먼저 할까요?

가영이 : 선생님! 제가 먼저 하겠습니다. 넓이가 1, 4인 정사각형의 한 변의 길이는 1, 2가 나오는데요. 넓이가 2, 3, 5인 경우는 구하지 못했습니다.

나영이 : 저도 거기 까지 밖에 못했는데요.... 아! 제곱근을 이용하면 될 것 같아요.

다영이 : 그럼 한 변의 길이가 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ 가 되겠네요.

박 교사 : 모두들 아주 잘하고 있구나. 그럼 다영이가 말한 것 처럼 정사각형의 한 변의 길이를 나타내는 $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ 는 어떤 수죠?

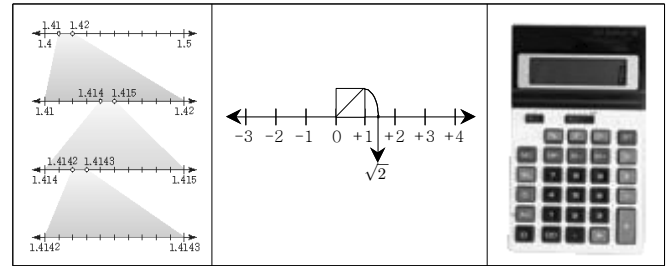
학생들이 아무도 대답하지 않고 있음.

박 교사 : 그런 수는 유리수라고 하지 않습니다. 자! 모두들 칠판을 보세요.

$\sqrt{2}$ 가 유리수인지 아닌지 알아봅시다.

$1 < \sqrt{2} < 2$ 이므로 $\sqrt{2}$ 는 정수가 아닙니다. 또 정수가 아닌 기약분수를 제곱하면 정수가 될 수 없는데 $(\sqrt{2})^2 = 2$ 이므로 $\sqrt{2}$ 는 기약분수로 나타낼 수가 없어요. 그러므로 $\sqrt{2}$ 는 정수도 아니고 기약분수으로도 나타낼 수 없으므로 유리수가 아닙니다. 이와 같이 ㉠ 수 중에서 유리수가 아닌 수도 있습니다.

<아래와 같이 다양한 방법으로 무리수의 존재에 대해서 학습하였다.>



가영이 : ㉠ 그런 것은 수가 아닌 것 같은데요... 정수도 아니고 기약분수로도 나타낼 수 없으니까요.

나영이 : 맞아요. 그럼 수가 아니라면 그런 것은 뭐라고 하죠?

박 교사 : 아! 여러분들이 당연히 그렇게 생각할 수 있어요. 그것을 배워보도록 합시다.

... (중략) ...

박 교사는 무리수와 실수에 대해서 지도하였다.

박 교사 : 이제 $\sqrt{2}$ 가 무슨 수인지 알 수 있겠죠?

가영이 : 네 그런 것을 순환하지 않는 무한소수라고 해요.

나영이 : 네, 그러니까 그런 것을 무리수라고 해요.

다영이 : 선생님! 실수라고도 하는 거죠?

박교사 : 네, 맞아요. 모두들 너무 잘했습니다.

(1) 박 교사의 ㉠의 “유리수가 아닌 수도 있어요.”라는 말에 ㉠ 처럼 말하고 있는 가영이의 상태를 브루소의 수학 교수학적 상황론의 주요 개념으로 무엇이라고 하는지 쓰고, 기존체계의 성공적이었던 지식은 무엇인지 쓰시오.

(2) 사회적 구성주의의 관점으로 볼 때 박교사의 수업에서 수학적 지식의 사회적 구성과정에 대해서 서술하시오.

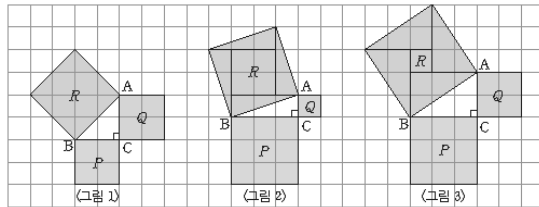
(3) 2015개정 수학과 교육과정에서는 교수-학습의 도구로 발문 활용을 강조하고 있으며 교수 학습 방법에서는 교사에게 학생들의 능동적인 수업 참여를 독려하거나 학생의 인지 발달에 알맞은 적절한 발문을 하기를 권고하고 있다. 더불어 이러한 발문의 활용은 사회적 구성주의의 영향이라 볼 수 있는데 구성주의 수학 교수 학습 원리 중에서 이와 가장 밀접한 것은 무엇인지 쓰시오.

4. 다음 교사들의 대화를 읽고 물음에 답하시오. [4점]

박 교사 : 저는 2015개정 교육과정에서 새롭게 중학교 2학년
으로 이동한 피타고라스의 정리를 지도하기 위해
다음과 같은 학습 계획을 짜보았습니다.

〈박 교사의 수업 계획〉

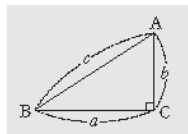
- (1) 3개의 특수한 직각삼각형 각각에 대해, 직각삼각형의 세
변에 각 변을 한 변으로 하는 정사각형 P, Q, R 을 그린다.



- (2) 정사각형 P, Q, R 의 넓이를 각각 구해서 표의 빈칸을 채워
본다.

	P의 넓이	Q의 넓이	R의 넓이
〈그림 1〉	4	4	8
〈그림 2〉	9	1	10
〈그림 3〉	9	4	13

- (3) 3개의 특수한 직각삼각형에서, ‘빗변에 세운 정사각형의
넓이는 다른 두 변에 세운 정사각형의 넓이의 합과 같다’
는 성질이 성립한다는 것을 관찰한다.
- (4) 정사각형 P, Q, R 의 넓이를 관찰하면 [그림1], [그림2],
[그림3] 모두에서 ‘P의 넓이+Q의 넓이=R의 넓이’가
성립한다.
- (5) 직각삼각형의 세 변의 길이를 각각 a, b, c 라고 할 때,
직각 삼각형 빗변의 길이의 제곱의 합은 다른 두 변 길
이의 각각의 제곱의 합과 같다는 다음과 같은 형식적인
식($c^2 = a^2 + b^2$)을 정리한다.



- (6) 다음을 이용하여 (5)의 식을 정당화합니다.

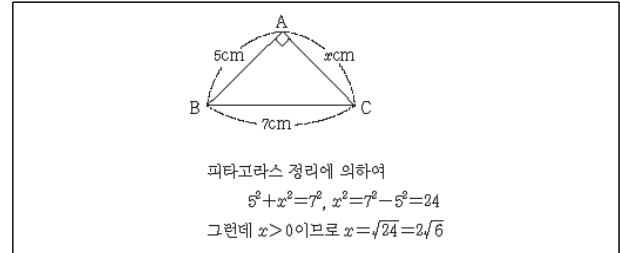
$$\square CDFH = 4 \times \triangle ABC + \square AEGB$$

$$\square CDFH = (a+b)^2, \triangle ABC = \frac{1}{2}ab, \square AEGB = c^2$$

$$(a+b)^2 = 4 \times \frac{1}{2}ab + c^2$$

등식의 좌변을 전개하고 우변을 정리하면

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$



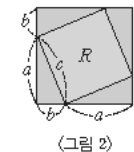
김 교사 : 박 선생님의 방법처럼 활동과 관찰을 통해 직각 삼
각형의 세 변의 길이 사이의 관계인 피타고라스 정
리를 귀납적으로 추론하고, 그것을 정당화하는 하는
것은 좋은 계획이지만 2015개정 수학과 교육과정
에서는 중학교 2학년들에게 (㉠)을 이용하여 피타
고라스 정리를 정당화 해줄 수 없기 때문에 좀 더
다양한 방법으로 지도하고자 다음과 같은 자료를
준비합니다.

〈김 교사의 수업 계획〉

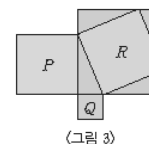
- (1) 색종이 두 장을 준비해서 〈그림1〉과 같이 만든다.



- (2) 〈그림1〉의 직사각형 두 개를 대각선을 따라 접은 후 잘
라서 직각삼각형 4개를 만들어서 다른 한 장의 색종이에
〈그림2〉번처럼 붙인다.



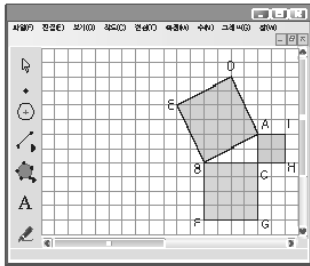
- (3) 정사각형 P, Q 를 〈그림3〉과 같이 직각삼각형의 직각을
끼는 두 변에 맞닿도록 놓는다.



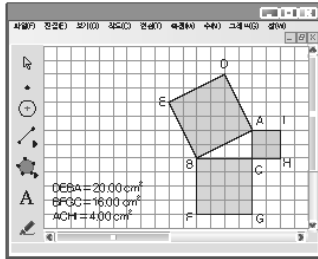
- (4) 다음으로 사각형 R 이 정사각형임을 추론하고, 사각형의
 P, Q, R 의 넓이가 각각 a^2, b^2, c^2 이 됨을 확인한다.
- (5) 〈그림1〉를 통해서
한 변의 길이가 $(a+b)$ 인 정사각형의 넓이 = P 의 넓이 +
 Q 의 넓이 + 두 직각삼각형의 넓이
〈그림2〉를 통해서
한 변의 길이가 $(a+b)$ 인 정사각형의 넓이 = R 의 넓이 +
네 직각삼각형의 넓이를 추론하고,
이때 직각 삼각형은 직사각형을 이등분한 것이므로 “두
직각삼각형의 넓이 = 네 직각삼각형의 넓이”임을 통해서 “ P
의 넓이 + Q 의 넓이 = R 의 넓이”가 됨을 확인한다.
- (6) 마지막으로 실험을 통해서 확인한 피타고라스 정리를 논
리적으로 이해하고, 설명할 수 있게 하고자 ㉡처럼 지도
합니다.

이 교사: 두 분 선생님처럼 하는 것도 좋지만 저 같은 경우는 학생들의 성취도가 많이 높지 않아서 우선은 주위 환기와 동기유발을 위하여 다음과 같이 수업의 도입 부분에서 컴퓨터 프로그램을 사용하고자 합니다.

〈이 교사의 수업 계획〉



- 1 $\angle C$ 가 직각인 삼각형 ABC를 그린다.
- 2 메뉴에서 (다각형 내부 및 변 도구)를 선택하여 직각삼각형 ABC의 세 변을 각각 한 변으로 하는 정사각형을 그린다.



- 3 [측정]에서 [넓이]를 선택하여 2에서 그린 세 정사각형의 넓이를 각각 구한 후, [수]에서 [계산]을 선택하여 두 정사각형 BFGC, ACHI의 넓이의 합을 구한다.
- 4 정사각형 DEBA의 넓이와 두 정사각형 BFGC, ACHI의 넓이의 합이 서로 같은지 확인한다.

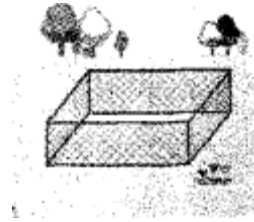
박 교사의 수업계획에서 잘못된 점을 김 교사가 ㉠에서 말하고 있다. ㉠에 알맞은 말을 쓰고, 김 교사가 ㉡에서 하고자 하는 것을 구체적인 예를 들어 설명하시오. 또한, 이 교사처럼 도입 부분에서 바로 공학적 도구를 활용할 때 생길 수 있는 단점에 대해서 교사가 신중해야 할 문제를 공학적 도구 활용 시 유의해야 할 점에 근거해서 쓰고, 공학적 도구의 활용으로 야기될 수 있는 극단적인 교수현상 네 가지를 간단하게 쓰시오.

5. 다음은 박 교사의 수업을 읽고 물음에 답하시오. [4점]

박 교사는 다음과 같은 문제를 주고 조별로 문제 해결하는 활동을 시켰다.

〈문제〉

길이가 360m인 철망으로 직사각형 모양의 울타리를 만들 때 울타리 안의 넓이의 최댓값을 구하고, 그때 울타리의 가로와 세로의 길이를 각각 구하시오.



〈가영이 모둠 발표〉

울타리 안의 넓이를 y 라고 하구요, 울타리의 가로의 길이를 x 라 하면,

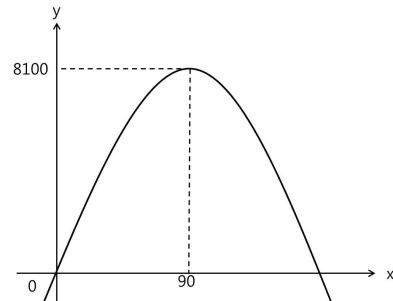
세로의 길이는 $\frac{360-2x}{2} = 180-x$ 이므로

넓이는 $y = x(180-x)$ 과 같고, 식으로 정리하면

$$y = -x^2 + 180x = -(x-90)^2 + 8100$$

이렇게 됩니다.

이 식을 그래프로 나타내면 아래와 같습니다.



$$y = -(x-90)^2 + 8100$$

울타리 넓이의 최댓값은 8100m^2 이고, 그때의 가로와 세로의 길이는 모두 90m입니다.

- (1) 박 교사의 문제는 수학적 모델링 과정을 경험할 수 있는 수업으로써 가영이네 모둠이 발표한 내용을 수학적 의사소통 능력을 함양하기 위해 수학 교수학습방법에서 강조하는 내용과 수학적 모델링의 과정으로 서술해보시오.
- (2) 수학적 모델링에서의 수학적 모델은 현실 상황을 정리하고 조직하고 분석하기 위해 만들어진 ㉠ 이것을 의미한다. 문제를 해결하기 위하여 여러 가지 수학적 표현으로 변환하면서 현상에 내재된 수학적 개념을 파악하고, 문제를 해결하여 실세계의 상황에 적용 할 수 있고, 수학과 다른 과목, 또는 일상생활과의 ㉡ 이것을 강조한다. 수학교과역량 6가지 중에서 ㉢과 가장 관련이 있는 것은 ㉣ 무엇인지 쓰시오. ㉤, ㉥, ㉦에 알맞은 말을 각각 쓰시오.
- (3) 수학적 모델링에서 자료와 정보를 효과적으로 처리하는 측면의 중요성에 대해서 수학 교수 학습 방법에서 이것을 함양시키고자 강조하는 내용을 쓰시오.

6. 함수열

$$f_n : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, f_n(x) = \sin \sqrt{x + 4n^2 \pi^2}$$

이 $f(x) = 0$ 으로 점별수렴함을 보이고, 균등수렴하는지 판단하십시오. [4점]

7. 단위원을 갖는 가환환 R 의 가역원(단원, unit)의 집합 R^* 는 곱셈군이다. $|R^*| = 5$ 인 단위원을 갖는 가환환이 존재하지 않음을 보이시오. 다음은 증명없이 이용해도 된다. [4점]

정리 1

체 F 위의 기약다항식 $p_1(x), p_2(x), \dots, p_k(x) \in F[x]$ 에 대하여

$$\begin{aligned} & F[x]/(p_1(x)^{n_1} p_2(x)^{n_2} \cdots p_k(x)^{n_k}) \\ & \cong F[x]/(p_1(x)^{n_1}) \times F[x]/(p_2(x)^{n_2}) \times \cdots \times F[x]/(p_k(x)^{n_k}) \end{aligned}$$

이다.

정리 2

$x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$ 는 \mathbb{Z}_2 위에서 기약다항식이다.

8. 다항식 $x^{171} - 1 \in \mathbb{Z}_7[x]$ 의 분해체 L 에 대하여 Galois군 $\text{Gal}(L/\mathbb{Z}_7)$ 와 동형인 군을 구하십시오. [4점]

9. 실수 \mathbb{R} 의 유클리드 거리를 d_E 로 쓰자. 즉, $a, b \in \mathbb{R}$ 대하여

$$d_E(a, b) = |b - a|$$

이다. $p \in \mathbb{R}$ 에 대하여 집합 $X = \mathbb{R} \cup \{p\}$ 에 $d|_{\mathbb{R}} = d_E$ 를 만족하는 임의의 거리 d 에 대하여 거리공간 (X, d) 에서 p 는 X 의 고립점임을 보이시오. [4점]

10. \mathbb{R}^3 의 단위속력곡선 $\alpha(s)$ 가

$$\alpha'(s) \times \alpha''(s) = \alpha'(s) + \alpha'''(s)$$

을 만족한다. α 의 곡률 κ 와 열률 τ 을 구하시오. [4점]

11. 결합확률밀도함수(joint probability density function)가 상수 a 에 대하여

$$f(x, y) = \begin{cases} ae^{\frac{y}{x}} & (0 \leq y \leq x^2, 0 < x \leq 1) \\ 0 & \text{나머지 경우} \end{cases}$$

인 이변량확률변수(bivariate random variable) (X, Y) 가 있다. 상수 a 의 값을 구하고, $X = 0.5$ 에 대한 Y 의 조건부기댓값(conditional expectation) $E(Y|X = 0.5)$ 을 풀이과정과 함께 구하시오. [4점]

〈수고하셨습니다.〉

이 면은 여백입니다.