수학교육론 기출문제 풀이

A형 - #1, #5, #6
B형 - #1, #3, #4, #5

채점하는데 참고용으로 활용해 주시고, 질문은 카톡041mag01으로 해주세요~

[A형]

1. 다음은 수학교육론 수업에서 오수벨(D. Ausubel)의 유의미 수용학습을 다룬 수업 자료의 일부이다. (가)가 설명하는 '지식'과 (나)가 설명하는 '원리'를 순서대로 쓰시오. [2점]

(가) 유의미 수용학습이 이루어지기 위한 조건 중 하나는 학습자의 인지구조 내에 학습 과제와 관련이 있는 '지식', 즉, 유의미한 학습 과제를 받아들일 수 있는 '지식'이 있어야 한다는 것이다.

(나) 유의미 수용학습을 촉진하는 교수·학습 전략 중 하나로, 낯선 새로운 아이디어의 학습이 가능하려면 새로운 아이디어는 반드시 기존의 낯익은 아이디어와 충분하게 식별되어야 한다는 '원리'가 있다. 예를 들어, 학생이 경우의 수 단원에서 조합의 의미를 새롭게 학습할 때, 이전에 배운 순열의 의미와 어떻게 유사하고 차이가 있는지를 충분히 식별하는 기회를 가져야 한다는 것이다.

[답]

(가) 관련정착아이디어 **(나)** 통합조정의 원리

5. 다음은 강 교수가 예비교사를 대상으로 형식불역의 원리를 다루는 수업의 일부이다.

강 교수 : 지금까지 음수 지도를 형식적인 관점에서 접근하는 형식 불역의 원리를 설명했습니다. 그런데 프로이덴탈(H. Freudenthal)은 이를 '기하적·대수적 형식 불역의 원리'로 확장합니다. 여러분, 오른쪽과 같은 정수의 나눗셈을 어떻게 기하적인 방법으로 접근할 수 있을까요?

$$\begin{array}{l} 2 \div 2 = 1 \\ 1 \div 2 = \frac{1}{2} \\ 0 \div 2 = 0 \\ (-1) \div 2 = ? \\ (-2) \div 2 = ? \end{array}$$

예비교사A : 잘 모르겠어요.

강 교수 : 자, 주어진 나눗셈 식에서 나누는 수는 얼마인가요?

예비교사A : 나누는 수는 2입니다.

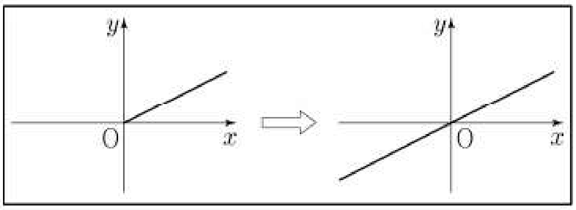
강 교수 : 그렇습니다. 그럼 이 연산을 함수로 이해해 봅시다. 나누어지는 수 x에 연산 결과 y를 대응시킨다고 할 때, y는 얼마인가요?

예비교사B : $x \div 2$, 즉 $\frac{x}{2}$입니다.

강 교수 : 네, 맞습니다. 그런데 음수의 연산을 아직 배우지 않은 학생들이 할 수 있는 나눗셈 식은 어디까지인가요?

예비교사A : $0 \div 2 = 0$입니다.

강 교수 : 맞아요. 음수가 도입되기 전까지는 이 함수의 x의 범위가 $x \geq 0$으로 제한됩니다. 그런데 x의 범위를 음수까지 확장하면 다음과 같이 함수 $y = \frac{x}{2}$의 그래프가 변화하게 됩니다.



예비교사B : 결국 $x < 0$일 때, $x \div 2$가 어떻게 정해져야 하는지를 알 수 거네요.

강 교수 : 그렇습니다. 예를 들어 주어진 그래프에서 x좌표가 -4일 때의 y좌표를 구하면 나눗셈 식 (㉠)을/를 유도할 수 있습니다.

예비교사A : ㉡ 이렇게 음수의 나눗셈을 기하적인 방법으로 해석하다니 정말 창의적인 것 같습니다.

강 교수 : 맞아요. 일차함수의 그래프를 배운 후에 음수의 연산을 새로운 관점에서 보는 자료로 활용하면 좋을 것 같습니다.

괄호 안의 ㉠에 들어갈 나눗셈식을 쓰고, '기하적·대수적 형식불역의 원리'의 의미를 위 수업 장면과 관련지어 기하적 측면과 대수적 측면에서 설명하시오. 또한, 밑줄 친 ㉡에서 가장 두드러지게 나타나는 수학 교과 역량의 명칭을 2022개정 수학과 교육과정에 제시된 용어로 쓰시오. [4점]

[답]

㉠ $(-4) \div 2 = -2$

㉡ 연결

'기하적 · 대수적 형식불역의 원리'의 의미를 위 수업 장면과 관련지어 기하적 측면과 대수적 측면에서 설명 :

연산을 대수적인 측면의 함수로 이해하여, 나누어지는 수 x에 연산 결과 y를 대응시키는 과정에서 y는 $\frac{x}{2}$가 되지만, 음수가 도입되기 전까지는 이 함수 x의 범위가 $x \geq 0$으로 제한되었고, x의 범위를 음수까지 확장하면, 함수 $y=\frac{x}{2}$의 그래프가 변화하게 되어 기하적 측면에서 반직선이 직선으로 자연스럽게 확장된다. 결국 $x<0$일 때, $x \div 2$가 어떻게 정해져야 하는지를 알 수 있게 된다. 이것은 대수적 구조를 유지하는 방식의 확장과 정확하게 일치하며 대수적으로 이루어지는 조작의 타당성이 기하적으로 확인되는 것이다. 이와 같이 수학적 사고 발달의 이면에 놓여있는 형식불역의 원리는 대수적 사고에만 국한된 것이 아니라 형식체계로서의 나눗셈 지도에서 기하적 형식 불역에 대한 중요한 의미를 경험하게 된다.

6. 다음은 수학 평가론과 강의 내용을 요약한 공책의 일부이다.

<과제1> 다음 [문제]에 대한 채점기준표를 만들고, [예시답안]을 채점하시오.

[문제]
두 함수 $f(x)=\log_n x$, $g(x)=1-\log_n(x+4)$의 그래프가 구간 $1<x<2$에서 만나도록 하는 모든 n의 값의 합을 구하시오. (단, $n \geq 2$인 자연수이다.) [4점]

[예시답안]
교점을 (x, y)라 하면, 방정식 $\log_n x = 1-\log_n(x+4)$이므로 방정식 $x^2+4x-n=0$은 실근을 가진다. 이차함수의 그래프에 적용하면 직선 $x=-2$를 축으로 하는 포물선이므로, $1<x<2$에서 실근을 가지려면 $D \geq 0$, $f(1)>0$, $f(2)>0$이다. 따라서 $n \geq -4$, $n<5$, $n<12$이므로, n의 값은 2, 3, 4이다. 합은 9이다.

◎ 우리가 만든 채점 기준표

채점기준표 A

채점 요소	배점
ㅇ 백지 혹은 오답 이외 다른 내용이 없음	0
ㅇ 문제를 이해한 듯하나, 겨우 풀기 시작함	1
ㅇ 합리적으로 풀었지만, 중요한 실수로 옳은 풀이를 방해함	2
ㅇ 문제는 해결했지만, 단순한 계산 실수로 답을 구하지 못함	3
ㅇ 적절한 방법을 사용하여 문제를 해결하고 답을 구함	4

채점기준표 B

채점 영역	채점 요소	배점
문제 이해	ㅇ 방정식을 이용하고 있음	1
문제 해결	ㅇ 방정식 $x^2+4x-n=0$을 제시함	1
	ㅇ 구간 $1<x<2$에서 해가 존재할 조건을 제시하고, 모든 n의 값을 구함	1
답 구하기	ㅇ 모든 n의 값의 합을 정확히 구함	1

ㅇ [예시답안]의 채점 점수]
채점기준표 A에 의한 점수는 (㉠)점이고, 채점기준표 B에 의한 점수는 (㉡)점이다.

<과제2> 채점기준표 A에 의한 채점 방법과 비교하였을 때, 채점기준표 B에 의한 채점 방법이 가지는 장점 1가지를 적으시오.

괄호 안의 ㉠, ㉡에 들어갈 점수를 순서대로 쓰고, 괄호 안의 ㉡에 들어갈 점수를 부여한 이유를 채점기준표 B에 근거하여 설명하시오. 또한, <과제2>에 대한 답을 적고, 장점의 이유를 채점기준표 B에 의한 채점 방법의 의미에 근거하여 서술하시오. [4점]

[답]

㉠ 2점　　　　㉡ 2점

ⓒ에 들어갈 점수를 부여한 이유를 채점기준표 B에 근거하여 설명 :
문제 이해 영역의 채점 요소와 같이 '방정식을 이용'하였기에 1점, 문제 해결 영역 첫 번째 채점 요소 '방정식 $x^2+4x-n=0$을 제시' 하여서 1점, 문제 해결 영역 두 번째 채점 요소인 '구간 $1<x<2$에서 해가 존재할 조건'을 제시하였으나 $f(1)<0$을 $f(1)>0$로 잘못 제시하였고, 조건이 잘못되는 바람에 n의 값을 바르게 구하지 못하고, 모든 n의 값의 합 또한 틀리게 되어, 문제 해결 영역의 두 번째 채점 요소와 답 구하기 영역 채점 요소의 점수는 받지 못해서 2점이 되었다.

<과제2>에 대한 답과 장점의 이유를 채점기준표 B에 의한 채점 방법의 의미에 근거하여 서술 :
문제를 해결하는데 필요한 풀이 전반에 걸쳐 하나의 점수를 부여하는 방법으로 개별적인 평가 요소에 초점을 맞추기보다는 전체적인 과정과 결과에 초점을 맞추는 채점기준표 A에 해당하는 총체적 점수화와 다르게 분석적 점수화에 해당하는 채점기준표 B는 로그함수의 교점을 구하는 문제 해결에 필요한 단계를 문제 이해, 문제 해결, 답 구하기의 3가지 영역으로 나누고 각 영역의 채점 요소를 단계별로 구체화하여 점수를 부여하는 방법으로, 채점자 간의 평점 차를 줄이고, 동일한 채점자 내에서도 일관성 및 객관성을 유지할 수 있는 장점이 있다.

[B형]

1. 다음은 2022개정 중학교 수학과 교육과정의 변화에 대한 두 교사의 대화이다. 괄호 안의 ㉠, ㉡에 해당하는 용어를 순서대로 쓰시오. [2점]

정 교사 : 2022개정 중학교 수학과 교육과정에서 영역 명칭의 변화가 있네요.
송 교사 : 맞아요. 초등학교와 중학교의 연계성을 강화하기 위해서 초등학교와 통일하여 제시한 것으로 알고 있습니다.
정 교사 : 네. 2015개정 중학교 수학과 교육과정의 ‘문자와 식’ 영역과 ‘함수’ 영역을 통합하여 (㉠)영역으로 제시한거군요.
송 교사 : 그렇습니다. ‘확률과 통계’ 영역도 ‘자료와 가능성’ 영역으로 명칭이 바뀌었어요.
정 교사 : 그럼 ‘자료와 가능성’ 영역의 ‘내용 체계(표)의 지식·이해 범주의 내용 요소’ 중에서, 2015개정 중학교 수학과 교육과정의 확률과 통계 영역의 ‘내용 체계(표)의 내용 요소’와 비교해서 변화된 내용이 있을까요?
송 교사 : 네. 다음은 자료와 가능성 영역의 내용 체계(표)의 일부인데요, ‘상자그림’이 새롭게 추가된 것을 확인할 수 있습니다.

구분 / 범주	내용 요소		
	중학교		
	1~3학년		
지식·이해	•(㉡) •도수분포표와 상대도수	•경우의 수와 확률	•산포도 •상자그림과 산점도

정 교사 : 그렇군요. 내용 요소에 제시된 (㉡), 도수분포표, 상대도수, 확률, 산포도, 상자그림, 산점도는 자료와 가능성 영역의 ‘성취기준 적용시 고려 사항’에 자료와 가능성 영역에서 다루는 용어로 제시되어 있습니다.

[답]

㉠ 변화와 관계 ㉡ 대푯값

3. (가)는 '함수의 연속'에 대한 박 교사의 수업의 일부이고, (나)는 박 교사가 수업 후에 최교사와 나눈 대화이다.

(가)

박 교사 : 지금부터 함수의 연속에 대해서 배워볼게요. 여러분, 평소에 연속이라는 말을 들어보았나요?

학 생 A : 네, 3년 연속 우승이라고 할 때 연속이요.

학 생 B : 선생님, 연속 촬영도 있어요.

박 교사 : 좋아요. 여러분이 말한 것은 실생활에서 사용되는 연속이네요. 그럼 이제는 수학과 관련해서 연속이라는 말을 어떤 의미로 사용하였는지 말해볼까요?

학 생 A : 보통 선이나 그래프가 끊어지지 않고 이어져 있을 때를 연속이라고 한 것 같아요.

박 교사 : 그렇군요. 여러분 모두 그동안 연속이라는 말을 실생활이나 수학에서 사용해 온 것 같네요. 그런데 수학에서는 몇 가지 조건으로 '함수의 연속'을 정의하고 있습니다.

예를 들어, 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2+1 \, (x \geq 1) \\ 2x \;(x<1) \end{cases}$ 이 $x=1$에서 연속인지 불연속인지를 어떻게 판단할까요?

학 생 B : 그래프를 그려서 그래프가 이어져 있는지 확인해 봐요.

박 교사 : 네, 좋은 생각이긴 하지만, 함수의 그래프는 연속을 시각적으로 확인하는 보조적인 수단에 불과합니다. 함수의 연속은 수학적 정의로 판단해야 하는데요. 함수$f(x)$가 실수 a에 대하여 다음 세 가지 조건을 모두 만족시킬 때, $f(x)$는 $x=a$ 에서 연속이라고 합니다.

… (중략) …

박 교사 : 지금까지 $x=a$에서 함수$f(x)$가 연속일 조건을 알아보고, 이와 관련된 문제를 풀어보았어요. 혹시 질문이 있나요?

학생들 : 아니요.

박 교사 : 그렇다면, $x=a$에서 함수$f(x)$가 연속일 조건을 말해 볼까요?

학생들 : 함숫값 $f(a)$와 극한값 $\lim_{x \to a} f(x)$가 존재해야 하구요. $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$ 이어야 합니다.

박 교사 : 좋아요. 여러분 모두 아주 잘 이해하고 있네요.

(나)

박 교사 : 오늘 수업 시간에 함수 $f(x)=\begin{cases} x^2+1 \, (x \geq 1) \\ 2x \;(x<1) \end{cases}$ 이 $x=1$에서 연속인지 판단하라고 했더니 일부 학생들은 연속의 정의 보다는 그래프가 이어져 있는지를 확인하려는 모습을 보였습니다.

최 교사 : 저도 같은 경험을 했어요. 학생들은 연속 개념의 형식적 정의보다는 그래프가 끊이지 않고 연결되어 있다는 (㉠)에 영향을 많이 받는 것 같습니다

박 교사 : 맞아요. 그런데 함수 개념에 대한 이해가 불완전한 학생들도 있어요. 오늘 수업에서 학생 C는 앞의 $f(x)$에 대해서, $y=x^2+1\,(x \geq 1)$과 $y=2x+1\,(x<1)$은 각각 함수이지만 이를 함께 제시한 $f(x)$는 함수가 아니라고 주장하더군요.

최 교사 : 네, 학자들은 함수 학습과 관련해서 개념 정의와 (㉠)의 불일치, 인식론적 장애에서 비롯되는 어려움을 이야기하는데요. ㉡ <u>학생 C의 어려움은 그중의 하나로, 함수 개념의 역사적 발달 과정에서도 나타난 경향입니다.</u>

박 교사 : 동의합니다.

브루소(G. Brousseau)의 교수학적 상황론의 관점을 바탕으로 (가)의 수업 상황에서 박 교사가 학생들의 개인화와 배경화를 돕고 있다고 볼 수 있는 근거를 기술하고, 학생들의 탈개인화와 탈배경화된 지식을 확인하기 위한 교사의 발문 1가지를 찾아 제시하시오. 또한, 비너(S. Vinner)의 관점에서 (나)의 괄호 안의 ㉠에 들어갈 용어를 쓰고, 밑줄 친 ㉡에 해당하는 함수 학습과 관련된 어려움을 서술하시오. [4점]

[답]

박 교사가 학생들의 개인화와 배경화를 돕고 있다고 볼 수 있는 근거 :

박 교사는 '연속' 이라는 수학 용어를 설명하기 위해 학생들이 알고 있거나 사용하는 일상적인 단어를 이용해서 발표하게 하고, '연속 우승', '연속 촬영', '선이나 그래프가 끊어지지 않고 이어져 있을 때를 연속'이라고 발표한 내용을 바탕으로 학생들이 익숙하게 알고 있는 단어, 내용과 연결하여 수학 용어인 '함수'의 이면에 들어있는 의미를 살려내어 배경화 함으로써 학생들이 더욱 쉽게 이해 하도록 하면서 '함수의 연속'에 대한 수학적 정의로 이끌어 가려고 한다.

탈개인화와 탈배경화된 지식을 확인하기 위한 교사의 발문 1가지 :

교사의 발문 : 그렇다면, $x=a$에서 함수$f(x)$가 연속일 조건을 말해 볼까요?

㉠ 개념이미지

㉡에 해당하는 함수 학습과 관련된 어려움 :

'$y=x^2+1(x \ \geq 1)$과 $y=2x+1(x \ < 1)$은 각각 함수이지만 함께 제시한 $f(x)$는 함수가 아니라고' 하는 학생 C는 함수와 함수의 다양한 표현 사이의 구분을 어려워하며, 이러한 학생들은 함수는 모든 정의역에서 한 가지 규칙이나 대수식으로 표현되어야 한다고 생각하는 경향이 있고, 이것은 함수 개념의 역사적 발달 과정에서 나타난 것이기도 하다.

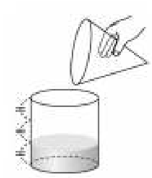
4. 다음은 중학교 입체도형의 부피에 대한 수업 자료의 일부이다.

(가) 1차시 수업 자료 : 원뿔의 부피

○ 학생의 사전 지식 : 밑면의 반지름의 길이가 r이고 높이가 h인 원기둥의 부피는 $V = \pi r^2 h$ 이다.

○ <탐구활동 1>

- 밑넓이와 높이가 각각 같은 원기둥과 원뿔 모양의 그릇이 있다. 원뿔 모양의 그릇에 물을 가득 채운 다음, 원기둥 모양의 그릇에 물을 옮겨 붓는다. 원기둥 모양의 그릇에 물이 가득 찰 때까지 반복한다.

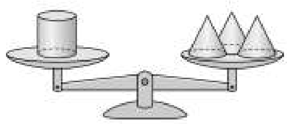


- [물음 1] 밑넓이와 높이가 각각 같은 원기둥과 원뿔의 부피 사이의 관계를 적으시오.

○ <탐구활동 2>

- 재질이 같고, 밑넓이와 높이가 각각 같은 원기둥과 원뿔 모양의 나무 조각이 충분히 주어져 있다.

- 수평인 접시저울의 왼쪽 접시에 원기둥 모양의 나무 조각을 몇 개 올려놓은 다음, 오른쪽 접시에는 원뿔 모양의 나무 조각을 올려놓아, 저울이 수평이 되도록 한다. 활동을 여러 번 실행하고 결과를 관찰한다. (단, 접시저울이 수평이 되면, 양쪽 접시 위에 있는 물체의 부피는 서로 같다.)



- [물음 2] 위 활동의 결과를 도식으로 표현하고, 원기둥의 부피(V_1)와 원뿔의 부피(V_2) 사이의 관계를 기호로 표현하시오.

(나) 2차시 수업 자료 : 구의 부피

○ <탐구활동 3>

- 재질이 같고, 반지름의 길이가 r인 구 모양의 나무 조각과 밑면의 반지름의 길이가 r이고 높이가 $2r$인 원뿔 모양의 나무 조각이 충분히 주어져 있다.

- 수평인 접시저울의 왼쪽 접시에 구 모양의 나무 조각을 몇 개 올려놓은 다음, 오른쪽 접시에는 원뿔 모양의 나무 조각을 올려놓아, 저울이 수평이 되도록 한다. 활동을 여러 번 실행하고 결과를 관찰한다.
- [물음 3] 위 활동의 결과를 ㉠도식으로 표현하고, 원뿔의 부피(V_2)와 구의 부피(V_3) 사이의 관계를 ㉡기호로 표현하시오.
- [물음 4] 밑면의 반지름의 길이가 r이고 높이가 $2r$인 원기둥의 부피 공식, 반지름의 길이가 r인 구의 부피 공식을 적으시오.

(나)에 따른 수업에서 구의 부피 공식을 발견하는 과정을 <탐구활동 2>와 <탐구활동 3>에 근거하여 설명하시오. 또한, (나)의 [물음 3]에 밑줄 친 서로 다른 2가지 표현(representation) 방식 ㉠과 ㉡의 명칭을 브루너

(J. Bruner)의 학습이론에 근거하여 순서대로 쓰고, [물음 3]에서 교사가 기대하는 밑줄 친 ㉠과 ㉡에 대한 학생의 반응을 각각 1가지씩 제시하시오. [4점]

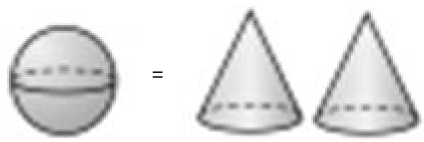
[답]

구의 부피 공식을 발견하는 과정 :

학생들은 밑면의 반지름의 길이가 r이고 높이가 h인 원기둥의 부피가 $V_1 = \pi r^2 h$ 임을 알고 있다. 재질이 같고, 밑넓이와 높이가 각각 같은 원기둥과 원뿔 모양의 나무 조각을 접시저울에 올려놓는 활동을 여러 번 실행하고 관찰한 결과 '한 개의 원기둥과 세 개의 원뿔을 올려 놓았을 때 접시저울이 수평이 되어 양쪽 접시 위에 있는 물체의 부피가 서로 같다.' 는 것을 이해하고, $V_1 = 3V_2$, $V_2 = \frac{1}{3}V_1$ $\therefore$ $V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ 을 알 수 있다. 이번에는 재질이 같고, 반지름의 길이가 r인 구 모양의 나무 조각과 밑면의 반지름의 길이가 r이고 높이가 $2r$인 원뿔 모양의 나무 조각으로 위와 같은 방법으로 활동을 여러 번 실행하고 결과를 관찰한다. 한 개의 구와 2개의 원뿔이 수평을 이루기 때문에 $V_3 = 2V_2$이고, 원뿔의 부피 $V_2 = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{2}{3}\pi r^3$ $(h = 2r)$이므로 $V_3 = 2V_2 = 2\times\frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r^3$와 같이 구의 부피 공식을 발견 할 수 있다.

㉠ : 영상적 (표현) **㉡** 상징적 (표현)

㉠과 ㉡에 대한 학생의 반응 :

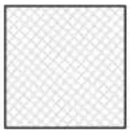
㉠ 

㉡ $V_3 = 2V_2$

5. 다음은 수학적 모델링과 수학화 과정에 대한 자료이다.

(가) 현실적 문제 상황

[1단계] 작은 소품 상자가 필요해서 문구점에서 한 변의 길이가 12cm인 정사각형 모양의 판지를 구입했다. 네 귀퉁이에서 같은 크기의 정사각형을 잘라내어, 남은 부분으로 뚜껑이 없는 최대 부피를 가지는 직육면체 모양의 소품 상자를 만드는 현실적 문제 상황을 탐구한다.



(나) 미국수학교사협의회(NCTM)의 수학적 모델링 과정

○ '(가)'를 [1단계]로 하는 '수학적 모델링' 과정의 설명과 예시

[2단계]

설명 (㉠)

예시 (㉡)

[3단계]

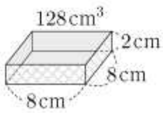
설명 수학적 분석을 실시한다.

예시 직육면체의 밑면은 한 변의 길이가 $12-2x$인 정사각형이고, 높이가 x이므로 $V(x)=x(12-2x)^2$이다. $V'(x)=12(x-2)(x-6)$이므로, $0<x<6$에서 $V(x)$의 증가와 감소에 의해서 $x=2$에서 $V(x)$는 최대가 된다.

[4단계]

설명 현상에 맞도록 재해석하여 결론을 도출한다.

예시 판지의 네 귀퉁이에서 잘라내는 정사각형의 한 변의 길이를 2cm로 하면, 상자의 최대 부피는 128cm^3이다.



(다) 현실주의적 수학교육 이론의 수학화 과정

○ '(가)'를 [1단계]로 하는 '수학화' 과정의 설명

[2단계] 현실 내의 문제 상황을 형식적인 수학적 처리가 가능하도록 변환하는 과정이다.

[3단계] 세련된 좀 더 높은 수학적 처리가 가능하도록 하는 과정이다.

[4단계] 개념을 새로운 문제에 적용함으로써 개념을 강화하고 일반화하는 과정이다.

(가)'가 (나)와 (다)의 [1단계]가 될 수 있는 이유를, '수학적 모델링'과 '수학화'의 개념과 함께 서술하시오. 또한, (나)의 괄호 안의 ㉠과 ㉡에 들어갈 내용을 제시하시오. [4점]

[답]

(가)'가 (나)와 (다)의 [1단계]가 될 수 있는 이유 :
수학적 모델링의 [1단계]에서는 비수학적 문제 상황에서 현상을 관찰하는 것으로 시작하여 그 현상 속에 내재되어 있는 문제 상황을 명료히 밝히고 문제에 영향을 미치는 중요한 요인을 찾는 것이고, 수학화에서의 [1단계]는 현실을 수학화하는 것으로 시작되는 것으로 현실 세계의 문맥을 직관적으로 탐구하여 문제의 수학적 측면들을 알아내고 규칙성을 발견하는 것을 의미하는데, 상자가 필요하여 판지를 구입해서 필요한 크기의 상자를 만드는 현실적 문제 상황을 탐구하는 (가)의 [1단계]는 수학적 모델링과 수학화의 [1단계]가 될 수 있다.

㉠ 요인들의 관계를 추측하고 수학적으로 해석하여 현상에 적합한 수학적 모델을 설정한다.

㉡ 정사각형 판지의 한 변의 길이 $12cm$, 잘라 낼 정사각형 한 변의 길이 $x\,cm$, 직육면체의 밑면이 될 정사각형 한 변의 길이 $12-2x\ cm$, 직육면체의 높이 $x\,cm$이므로 직육면체의 부피는 '밑넓이$\times$ 높이' 이므로 $V(x)=(12-2x)(12-2x)x$와 같다.